

**EIN BEITRAG
ZUM ENTWURF VON ZUSTANDSREGLERN
UND DEREN EINSATZ
UNTER PRAXISNAHEN RANDBEDINGUNGEN**

von
Christoph Wurmthaler

Erlangen 1979



Digitized by the Internet Archive
in 2026

EIN BEITRAG
ZUM ENTWURF VON ZUSTANDSREGLERN
UND DEREN EINSATZ
UNTER PRAXISNAHEN RANDBEDINGUNGEN



Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
Doktor - Ingenieur

vorgelegt von
Christoph Wurmthaler

Erlangen 1979



Als Dissertation genehmigt
vom Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 08.02.1979

Tag der Promotion: 25.05.1979

Dekan: Prof. Dr.-Ing. D. Seitzer

Berichterstatter: Prof. Dr. phil. nat. H. Schlitt
Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1 <u>Einleitung</u>	1
2 <u>Ein Entwurfsverfahren für Zustandsregler im Frequenzbereich..</u>	3
2.1 Das Zustandsregelkonzept	3
2.2 Zustandsbeobachter	7
2.2.1 Der Einheitsbeobachter	7
2.2.2 Beobachter reduzierter Ordnung	9
2.3 Zustandsregelung mit Beobachter	12
2.4 Übergang in den Frequenzbereich und Reglerentwurf	17
2.5 Lineares Gleichungssystem zur Reglerberechnung	25
2.6 Beispiel	29
2.7 Verschiedene Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsreglern.	31
3 <u>Zustandsregelung und Störgrößenkompensation</u>	34
3.1 Störbeobachter	35
3.2 Störbeobachter im geschlossenen Regelkreis	39
3.3 Frequenzbereichsdarstellung des Störbeobachters	41
3.4 Beobachter reduzierter Ordnung zur Zustandsregelung und Störgrößenkompensation	45
3.4.1 Zustandsregelung mit Störkompensation bei Mehrgrößensystemen (Frequenzbereich)	45
3.4.2 Vereinfachung bei Eingrößensystemen	53
3.5 Beispiele	55
3.5.1 Beispiel für eingangsseitige Störungen	55
3.5.2 Beispiel für eine innerhalb der Strecke angreifende Störung..	57
3.5.3 Beispiel für sinusförmige Störungen	60
3.6 Verschiedene Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsrege- lungen unter Berücksichtigung von Störeinflüssen	64
4 <u>Zustandsregler bei begrenzten Stellgrößen</u>	66
4.1 Regelkreisverhalten bei begrenzter Stellgröße ohne Beobachter	67
4.2 Regelkreisverhalten bei begrenzter Stellgröße mit Beobachter	69
4.3 Beispiele zum Regelkreisverhalten bei Stellgrößenbegrenzung	72

4.3.1	Regelkreis mit Beobachter für sinusförmige Störungen bei begrenzter Stellgröße	72
4.3.2	Regelkreis mit Beobachter für sprungförmige Störungen bei Stellgrößenbegrenzung	74
4.3.3	Regelkreis dritter Ordnung mit vollständiger Zustandsrückführung und Stellsignalbegrenzung	76
4.3.4	Regelkreis vierter Ordnung mit vollständiger Zustandsrückführung und Stellsignalbegrenzung	78
4.4	Ein Entwurfskriterium für Regelkreise mit Stellgrößenbegrenzung	79
4.4.1	Untersuchung mit Hilfe des modifizierten NYQUIST-Kriteriums	79
4.4.2	Ortskurvenkriterium für die Polvorgabe	85
4.5	Stellgrößenbegrenzung bei Strecken mit mehreren Eingängen..	95
5	<u>Einsatz von Zustandsreglern in Ablöse- und Kaskadenstruktur</u>	98
5.1	Ablösestruktur zur Beschränkung von Zustandsgrößen	99
5.1.1	Ablösestruktur mit konventionellen Reglern	99
5.1.2	Ablösestruktur mit Zustandsreglern	100
5.1.3	Ablöseregulation mit Zustandsreglern zur Begrenzung des Ankerstromes bei der fremderregten Gleichstrommaschine	103
5.2	Kaskadenstruktur zur Beschränkung von Zustandsgrößen	110
5.2.1	Kaskadenstruktur mit konventionellen Reglern	110
5.2.2	Kaskadenstruktur I mit Zustandsreglern	111
5.2.3	Kaskadenstruktur II mit Zustandsreglern	115
5.2.3.1	Reglerentwurf für die Kaskadenstruktur II ohne Störkompensation	116
5.2.3.2	Reglerentwurf für die Kaskadenstruktur II mit Störgrößenkompensation	118
5.2.4	Kaskadenregelung mit Zustandsreglern zur Begrenzung des Ankerstromes bei der fremderregten Gleichstrommaschine	121
5.3	Zusammenfassung und Vergleich der Ergebnisse	127
6	<u>Zustandsregelung von Strecken, deren mathematisches Modell ungenau ist</u>	129

6.1	Auswirkungen ungenauer Streckenmodelle auf das Regelergebnis mit Zustandsreglern	129
6.2	Vorschlag zum systematischen Einfahren eines Regelkreises mit Zustandsregler	135
7	<u>Zusammenfassung</u>	140

1 EINLEITUNG

Die moderne Regelungstheorie ist seit ihrer Begründung in den sechziger Jahren durch KALMAN, LUENBERGER und andere in einer Vielzahl von Arbeiten zu einem umfassenden Konzept für die Lösung schwieriger Regelungsaufgaben entwickelt worden. Die Anwendung der neuen Erkenntnisse im industriellen Bereich blieb dagegen die Ausnahme (Luft- und Raumfahrt, Magnetschwebbahn ...), obwohl durchaus interessante Anwendungsmöglichkeiten bei vielen Problemen bestünden, wie z.B. in der Turbinen- und Antriebsregelung, in der Technischen Chemie usw.

Eine Ursache hierfür ist sicherlich darin zu sehen, daß ein Großteil der regelungstechnischen Problemstellungen mit konventionellen P-, PI- und PID-Reglern in ausreichender Güte preiswert gelöst werden kann. Einer größeren Verbreitung der modernen Methoden steht auch der hohe mathematische Aufwand für die Reglerberechnung entgegen. Hier bringen Ansätze zum Reglerentwurf im Frequenzbereich [7,9,10] deutliche Vereinfachungen gegenüber dem Zeitbereichsentwurf.

Darüber hinaus verhindern die von Anwendung zu Anwendung wechselnde Struktur und Ordnung der Regeleinrichtung die Entwicklung von vielseitig verwendbaren Einheitsregelsystemen, mit denen ein industrieller Einsatz erst kostengünstig erfolgen könnte.

Durch die Zustandsregelung sind theoretisch beliebig schnelle Regelkreise erreichbar. Dies führt jedoch zu großen Stellamplituden, die von den verwendeten Stellgliedern nicht aufgebracht werden können. Eine lineare Betrachtung der Regelkreise ist dadurch nicht mehr möglich. Der Einfluß von Nichtlinearitäten in Zustandsregelkreisen wurde bisher aber nur in sehr wenigen Arbeiten untersucht.

Schließlich basieren die theoretischen Verfahren zum Reglerentwurf auf der Annahme, daß die mathematischen Modelle das Streckenverhalten exakt beschreiben. Gerade diese Forderung ist in der Praxis nahezu nie erfüllt. Man muß also theoretische Untersuchungen anstellen, oder durch Versuchsreihen ermitteln, wie stark die Regelergebnisse bei Verwendung ungenauer Streckenmodelle vom gewünschten Verhalten abweichen, um bei der Inbetriebnahme eine ausreichende Stabilitätsreserve sicherstellen zu können.

In dieser Arbeit wird der Versuch gemacht, die angedeuteten Probleme zu lösen, um Zustandsregler mit ihren Vorteilen auch im industriellen Bereich in stärkerem Maß einsetzen zu können.

In den ersten beiden Abschnitten wird jeweils anhand der Zeitbereichsdarstellung mit Vektordifferentialgleichungen das Prinzip der Zustandsregelung und Zustandsbeobachtung (Abschn. 2) und der Störgrößenbeobachtung und Kompensation (Abschn. 3) dargestellt. Anhand dieser Problemformulierung im Zeitbereich lassen sich die Eigenschaften solcher Regelungssysteme anschaulich verdeutlichen. Durch den Übergang in den Frequenzbereich vereinfacht sich das Entwurfsverfahren für zeitinvariante Regelungen erheblich, wenngleich es sich bei Mehrgrößensystemen naturgemäß etwas komplizierter als bei Eingrößensystemen gestaltet. Ausgehend von diesem Entwurf werden Vorschläge gemacht, wie man damit zu Einheitsregelsystemen gelangen kann.

Daran schließt sich eine Untersuchung der Einflüsse von Stellgrößenbeschränkungen an (Abschn. 4). Es werden schaltungstechnische Hinweise gegeben und ein Entwurfskriterium für Zustandsregler in Eingrößenregelungen entwickelt, mit dem begrenzende Stellglieder berücksichtigt werden können.

Die Erkenntnisse aus Abschnitt 4 werden verwendet, um Zustandsregler in Ablöse- und Kaskadenregelungen einzusetzen (Abschn. 5), die, mit konventionellen Reglern bestückt, große industrielle Bedeutung besitzen.

In einem letzten Abschnitt (Abschn. 6) sind Erfahrungen zusammengestellt, die bei der Regelung von ungenau bekannten Strecken gewonnen wurden.

2. EIN ENTWURFSVERFAHREN FÜR ZUSTANDSREGLER IM FREQUENZBE- REICH

Ausgehend von der mathematischen Beschreibung dynamischer Systeme mit Vektordifferentialgleichungen, dem Zustandsregelkonzept (Abschn. 2.1) und der von LUENBERGER angegebenen Beobachtertheorie (Abschn. 2.2), wird die Wirkungsweise einer Zustandsregelung mit Beobachter erläutert (Abschn. 2.3). Die dabei gewonnene Einsicht in das Verhalten von Zustandsregelkreisen wird äußerst nützlich sein für die weiteren Untersuchungen dieser Arbeit. Durch den Übergang in den Frequenzbereich (Abschn. 2.4 und 2.5) erzielt man eine Vereinfachung des Entwurfsverfahrens. Ein Beispiel soll die Vorgehensweise verdeutlichen (Abschn. 2.6). In einer abschließenden Betrachtung sind einige Gesichtspunkte zusammengestellt, die beim Entwurf von Zustandsreglern berücksichtigt werden sollten.

2.1 Das Zustandsregelkonzept

In dieser Arbeit werden lineare, zeitinvariante, steuerbare und beobachtbare Regelstrecken ohne Durchgriff behandelt. Diese Systeme können durch lineare Vektordifferentialgleichungen erster Ordnung gemäß Gl. 2.1.1 und Gl. 2.1.2 beschrieben werden (vgl. Bild 2.1)

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) \quad (2.1.1)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) \quad . \quad (2.1.2)$$

Dabei enthält der Vektor $\underline{u}(t)$ die p Stellgrößen, $\underline{x}(t)$ die n Zustandsgrößen und $\underline{y}(t)$ die m Ausgangsgrößen der Strecke. Die konstanten Matrizen $\underline{A}$ (Systemmatrix), $\underline{B}$ (Steuermatrix) und $\underline{C}$ (Ausgangsmatrix) haben dazu passende Dimensionen.

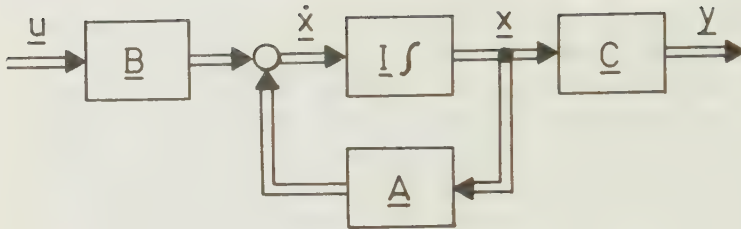


Bild 2.1: Blockschaltdarstellung zur Streckenbeschreibung

Das System (Gl. 2.1.1) heißt dann steuerbar, wenn gilt

$$\text{Rang } (\underline{B}, \underline{A}\underline{B}, \underline{A}^2\underline{B}, \dots, \underline{A}^{(\mu-1)}\underline{B}) = n$$

Die Zahl $\mu \leq n$ wird Steuerbarkeitsindex genannt. Das selbe System mit dem Ausgang $\underline{y}(t)$ (vgl. Gl. 2.1.2) ist beobachtbar, wenn gilt

$$\text{Rang } (\underline{C}^T, \underline{A}^T\underline{C}^T, (\underline{A}^T)^2\underline{C}^T, \dots, (\underline{A}^T)^{(\nu-1)}\underline{C}^T) = n$$

Die Zahl $\nu \leq n$ wird Beobachtbarkeitsindex genannt.

In der Literatur wird auch unterschieden zwischen den Ausgangsgrößen der Strecke, die als Regelgrößen anzusehen sind und denen, die gemessen werden (Meßmatrix $\underline{C}$). Diese Unterscheidung hat eine gewisse Bedeutung in Fällen, bei denen einzelne Regelgrößen nur indirekt gemessen werden können. Im konkreten Fall sind die hier dargestellten Zusammenhänge leicht übertragbar, weshalb auf solche Besonderheiten nicht eingegangen wird.

Die Aufgabe einer Regelung besteht nun darin, die dynamischen und statischen Eigenschaften der Strecke (durch Gl. 2.1.1 und 2.1.2 beschrie-

ben) durch geeignete Maßnahmen in gewünschter Weise zu beeinflussen. Wenn keine konstruktiven Änderungen an der Strecke selbst möglich sind, geschieht dies über eine Rückführung von Meßgrößen aus der Strecke auf den Stelleingang und passende Ansteuerung.

Geht man zunächst davon aus, daß alle Zustandsgrößen meßbar sind und bildet den Stellvektor $\underline{u}(t)$ aus den Zustandsgrößen $\underline{x}$ und den Führungsgrößen $\underline{w}$ gemäß

$$\underline{u}(t) = -\underline{K} \underline{x}(t) + \underline{L} \underline{w}(t) , \quad (2.1.3)$$

so ergibt sich mit Gl. 2.1.1 und 2.1.2 die Systembeschreibung

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A} - \underline{B} \underline{K}) \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{L} \underline{w}(t) \quad (2.1.4)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) .$$

Der Vektor $\underline{w}(t)$ enthält die p Führungsgrößen, denen die p Regelgrößen in $\underline{y}(t)$ folgen sollen. (Mit p Stellgrößen sind höchstens p Regelgrößen unabhängig voneinander regelbar).

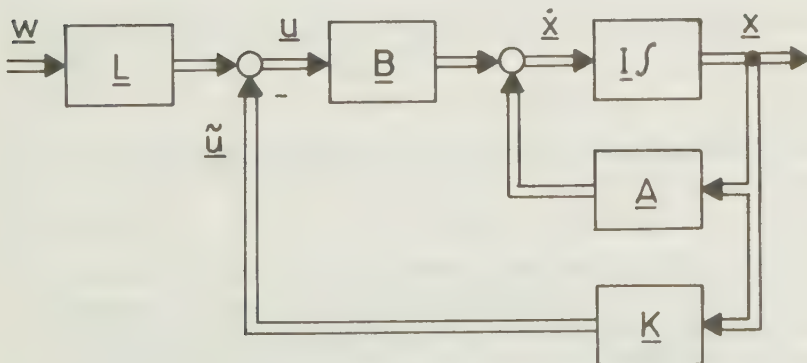


Bild 2.2: Regelkreis mit Zustandsrückführung

Bild 2.2 verdeutlicht die Veränderung, die das System durch die Rückführung nach Gl. 2.1.3 erfährt. Zum einen wird die Systemmatrix $\underline{A}$ durch die Parallelschaltung mit $-\underline{B}\underline{K}$ verändert und zum anderen erfolgt eine Ansteuerung über $\underline{B}\underline{L}$ $\underline{w}(t)$ anstelle von $\underline{B}\underline{u}(t)$.

Der Unterschied zwischen den Übertragungsmatrizen der unregelmäßig und der geregelten Strecke ist das Ergebnis der Zustandsrückführung nach Gl. 2.1.3 darstellbar. Man erhält die Übertragungsmatrizen aus den Laplace-transformierten Gleichungen Gl. 2.1.1, Gl. 2.1.2 und Gl. 2.1.4 bei verschwindenden Anfangsbedingungen zu

$$\underline{F}(s) = \underline{C} (s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \quad (2.1.5)$$

(ungeregelte Strecke)

$$\underline{\tilde{F}}(s) = \underline{C} (s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{B}\underline{L} \quad (2.1.6)$$

(geregelte Strecke) .

Die Übertragungsmatrizen sind dabei definiert durch

$$\underline{y}(s) = \underline{F}(s) \underline{u}(s) \quad (2.1.7)$$

im unregelmäßig und

$$\underline{y}(s) = \underline{\tilde{F}}(s) \underline{w}(s) \quad (2.1.8)$$

im geregelten Fall. Man erkennt eine Verschiebung der Pole der Strecke, die aus

$$\det (s\underline{I} - \underline{A}) = 0 \quad (2.1.9)$$

errichtet werden können. Die Pole des geregelten Systems, welche die Gleichung

$$\det (s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K}) = 0 \quad (2.1.10)$$

erfüllen, sind bei steuerbaren Strecken beliebig festlegbar. Darüber hinaus werden aber auch die Zähler (Nullstellen) verändert, da die Adjunkte zu $(s\underline{I} - \underline{A})$ im allgemeinen andere Polynome enthält als die Adjunkte zu $(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K})$ und die Matrix $\underline{L}$ weitere Freiheitsgrade bereitstellt, über die die wesentlichen Kopplungen und statische Eigenschaften bestimmt werden können. Lediglich bei Strecken mit einem Stelleingang bleiben die Zählerpolynome von $\underline{F}(s)$ und $\underline{\tilde{F}}(s)$ bis auf den konstanten Fak-

tor L identisch. Dies bedeutet, daß man sich bei Mehrgrößensystemen (im Gegensatz zu Eingrößensystemen) nicht darauf beschränken darf, mit K die Pole des geregelten Systems festzulegen, sondern man muß vielmehr das Gesamtverhalten des geregelten Systems im Auge behalten, denn in gewissen Fällen spielt beispielsweise die Entkopplung von Teilsystemen eine größere Rolle als die Lage der Pole.

2.2 Zustandsbeobachter

Die Voraussetzung von Abschnitt 2.1, daß alle Zustandsgrößen meßbar seien, ist in den meisten Anwendungsfällen nicht erfüllbar. Sei es, daß die Messung aller Größen aus technischen Gründen unmöglich ist, oder daß die Bestückung der Anlage mit so vielen Meßaufnehmern zu teuer wäre. Die Matrix $\underline{C}$ besteht dann aus $m < n$ Zeilen, so daß als Meßgrößen nur m Linearkombinationen der n Zustandsgrößen zur Verfügung stehen. Die Ausgänge sind linear unabhängig, wenn die Matrix $\underline{C}$ vollen Rang m hat.

2.2.1 Der Einheitsbeobachter

Ein erster Schritt für eine Zustandsrückführung aller Systemzustände zu ermitteln, besteht darin, das mathematische Modell der Strecke nachzubilden (Analogrechner, Digitalrechner) und mit derselben Stellgröße wie die Strecke selbst zu beaufschlagen.

Das Modell

$$\dot{\underline{\hat{x}}}(t) = \underline{A} \underline{\hat{x}}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) \quad (2.2.1)$$

kann so realisiert werden, daß alle Modellzustandsgrößen $\underline{\hat{x}}(t)$ abgreifbar sind und als Ersatzgrößen für $\underline{x}(t)$ zur Verfügung stehen.

Diese Anordnung hat allerdings zwei Nachteile:

- der Zustand der Strecke muß beim Einschalten des "Beobachters" Gl. 2.2.1) bekannt sein, damit $\underline{\hat{x}}(t)$ mit $\underline{x}(t)$ übereinstimmt,
- und beim Einwirken von Störungen in die Strecke wird sich der Streckenzustand $\underline{x}(t)$ immer weiter von $\underline{\hat{x}}(t)$ entfernen, so daß man $\underline{\hat{x}}(t)$ nicht mehr als Ersatzgröße für $\underline{x}(t)$ heranziehen kann.

Beide Nachteile werden beseitigt, indem man mit dem Modell auch die Ausgangsgrößen nachbildet:

$$\hat{\underline{y}}(t) = \underline{C} \hat{\underline{x}}(t) , \quad (2.2.2)$$

diese mit den gemessenen Ausgangsgrößen der Strecke vergleicht und das Modell proportional zum Fehler $\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)$ nachführt:

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{A} \hat{\underline{x}}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) + \underline{D} (\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)) . \quad (2.2.3)$$

Bezüglich der Eingangsgröße $\underline{y}(t)$ in den Beobachter liegt somit die Struktur eines Folgeregelkreises vor (vgl. Bild 2.3).

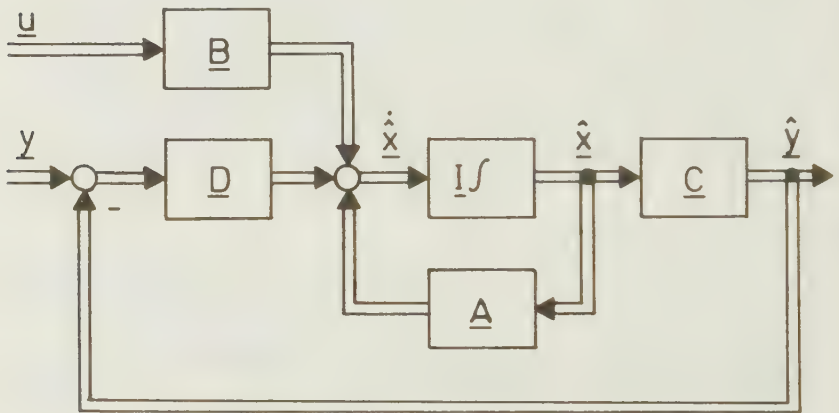


Bild 2.3: Einheitsbeobachter

Mit dieser Anordnung erreicht man, daß der Beobachtungsfehler

$$\tilde{\underline{x}}(t) = \underline{\hat{x}}(t) - \underline{x}(t) ,$$

der durch einen fehlerhaften Anfangszustand des Modells entstanden ist, asymptotisch verschwindet. Es gilt die Differentialgleichung

$$\dot{\tilde{\underline{x}}}(t) = (\underline{A} - \underline{D} \underline{C}) \tilde{\underline{x}}(t) \quad (2.2.4)$$

(Gl. 2.2.3 von Gl. 2.1.1 subtrahieren und Gl. 2.1.2 und Gl. 2.2.2 berücksichtigen), deren Lösung für $t \geq 0$ lautet:

$$\tilde{\underline{x}}(t) = e^{(\underline{A} - \underline{D}\underline{C})t} \tilde{\underline{x}}(t=0) \quad . \quad (2.2.5)$$

Besitzt die Matrix $(\underline{A} - \underline{D}\underline{C})$ nur stabile Eigenwerte (Eigenwerte mit negativem Realteil), so konvergiert der Beobachtungsfehler $\tilde{\underline{x}}(t)$ gegen Null, und zwar um so schneller, je kleiner die Realteile der Eigenwerte sind. Sie können durch die Wahl von $\underline{D}$ beliebig festgelegt werden, wenn die Strecke (Gl. 2.1.1 und 2.1.2) beobachtbar ist.

Für den Fall, daß Störungen in die Strecke eingreifen, ergibt sich nur ein endlicher Fehler $\tilde{\underline{x}}(t)$, der um so kleiner ist, je größer die Verstärkungswerte in der Matrix $\underline{D}$ sind und der beim Verschwinden der Störung in der mit Gl. (2.2.5) angegebenen Weise abklingt. In Abschnitt 3 wird gezeigt, wie trotz Störung der Beobachtungsfehler zum Verschwinden gebracht werden kann.

Nach Abklingen des Beobachtungsfehlers liefert der Beobachter auch bei Stellbewegungen von $\underline{u}(t)$ den exakten Streckenzustand, denn der Beobachtungsfehler kann durch $\underline{u}(t)$ nicht angeregt werden, wie Gl. 2.2.4 verdeutlicht. Man nennt diesen Beobachter "Einheitsbeobachter", da die Beobachterzustandsgrößen nach dem Abklingen von Beobachtungsfehlern über eine Einheitsmatrix den Streckenzustandsgrößen zugeordnet sind:

$$\tilde{\underline{x}}(t) = \underline{I} \underline{x}(t).$$

2.2.2 Beobachter reduzierter Ordnung

David G. LUENBERGER hat gezeigt [1], daß bereits ein lineares System der Ordnung $n-m$ (m ist die Zahl der Ausgänge) ausreicht, um den Streckenzustand zu rekonstruieren. Dieser "Beobachter reduzierter Ordnung" hat die Form

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{F} \underline{z}(t) + \underline{D} \underline{y}(t) + \underline{H} \underline{u}(t) \quad . \quad (2.2.6)$$

Dabei ist $\underline{z}(t)$ der $(n-m)$ -dimensionale Zustandsvektor des Beobachters und die konstanten Matrizen $\underline{F}$, $\underline{D}$ und $\underline{H}$ haben dazu passende Dimensionen.

Der Zusammenhang zwischen dem Streckenzustand und Beobachterzustand $\underline{z}(t)$ lautet, nachdem Beobachtungsfehler abgeklungen sind:

$$\underline{z}(t) = \underline{I} \underline{x}(t) \quad , \quad (2.2.7)$$

wenn die einzelnen Matrizen die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$-\underline{I} \underline{A} + \underline{F} \underline{I} + \underline{D} \underline{C} = \underline{0} \quad (2.2.8)$$

$$\underline{H} - \underline{I} \underline{B} = \underline{0} \quad . \quad (2.2.9)$$

Subtrahiert man nämlich von Gl. 2.2.6 die von links mit $\underline{I}$ multiplizierte Gleichung Gl. 2.1.1, so ergibt sich zunächst

$$(\dot{\underline{z}}(t) - \underline{I} \dot{\underline{x}}(t)) = -\underline{I} \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{F} \underline{z}(t) + \underline{D} \underline{C} \underline{x}(t) + (\underline{H} - \underline{I} \underline{B}) \underline{u}(t) \quad (2.2.10)$$

Nach einer identischen Ergänzung der rechten Seite mit $\underline{F} \underline{I} \underline{x}(t) - \underline{F} \underline{I} \underline{x}(t)$ und der Benennung des Beobachtungsfehlers

$$(\underline{z}(t) - \underline{I} \underline{x}(t)) := \underline{\zeta}(t) \quad (2.2.11)$$

kann zusammengefaßt werden zu

$$\dot{\underline{\zeta}}(t) = (-\underline{I} \underline{A} + \underline{F} \underline{I} + \underline{D} \underline{C}) \underline{x}(t) + \underline{F} \underline{\zeta}(t) + (\underline{H} - \underline{I} \underline{B}) \underline{u}(t) \quad (2.2.12)$$

woraus mit den Gleichungen 2.2.8 und 2.2.9 folgt

$$\dot{\underline{\zeta}}(t) = \underline{F} \underline{\zeta}(t) \quad . \quad (2.2.13)$$

Man sieht, daß, wie in Gl. 2.2.4 beim Einheitsbeobachter, kein Beobachtungsfehler von der Stellgröße $\underline{u}(t)$ aus angeregt werden kann.

Hat $\underline{F}$ stabile Eigenwerte, was erreichbar ist, wenn die Strecke beobachtbar ist, dann verschwindet $\underline{\zeta}(t)$ asymptotisch, so daß $\underline{z}(t)$ asymptotisch gegen $\underline{I} \underline{x}(t)$ konvergiert (vgl. Gl. 2.2.11).

Die Geschwindigkeit des Abklingvorgangs kann durch die Lage der Eigenwerte des Beobachters festgelegt werden. Zur Rekonstruktion des Systemzustandes wird der Ausgangsvektor $\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t)$ zu Hilfe genommen, denn eine Inversion von $\underline{I}$ ist nicht möglich ($\underline{I}$ hat n Spalten und m Zeilen). Der zusammengefaßte Vektor

$$\begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{C} \underline{x}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} \quad (2.2.14)$$

liefert nach Abklingen von Beobachtungsfehlern gemäß Gl. 2.2.11 und Gl. 2.2.13

$$\begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{C} \\ \underline{I} \end{pmatrix} \underline{x}(t) \quad . \quad (2.2.15)$$

Daraus läßt sich $\underline{x}(t)$ gewinnen zu

$$\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} \underline{C} \\ \underline{I} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} . \quad (2.2.16)$$

Man muß nur bei der Bestimmung der Matrix $\underline{I}$ in Gl. (2.2.8) darauf achten, daß $\underline{I}$ vollen Rang besitzt und keine von $\underline{C}$ linear abhängigen Zeilen enthält. Außerdem sollten linear unabhängige Ausgänge verwendet werden, damit $\underline{C}$ vollen Rang besitzt. Der Vektor, der sich aus Gl. 2.2.16 ergibt, solange noch Beobachtungsfehler vorliegen, kann als Beobachtungswert $\underline{\hat{x}}(t)$ für den Streckenzustand betrachtet werden, denn er strebt entsprechend Gl. 2.2.12 gegen den wahren Wert $\underline{x}(t)$:

$$\underline{\hat{x}}(t) = \begin{pmatrix} \underline{C} \\ \underline{I} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} . \quad (2.2.17)$$

Im Hinblick auf den nächsten Abschnitt, in dem die Zustandsregelung mit Beobachter dargestellt werden soll, wird hier der Beobachter für ein lineares Funktional [3] erörtert.

Bei der Zustandsregelung werden Rückführgrößen

$$u_i(t) = k_i^T \underline{x}(t) \quad (2.2.18)$$

benötigt (k_i^T : i-ter Zeilenvektor aus der Rückführmatrix $\underline{K}$ in Gl. 2.1.3). Will man einen Beobachter bei einer Zustandsregelung einsetzen, so genügt es offenbar, an Stelle des gesamten Streckenzustandes ein lineares Funktional der Zustandsgrößen gemäß Gl. 2.2.18 zu rekonstruieren. Dies gelingt mit einem Beobachter der Ordnung $\nu-1$ [2,3]. Da die Zahl $\nu-1$ kleiner oder höchstens gleich $(n-m)$ ist, läßt sich der Aufwand gegenüber dem reduzierten Beobachter der Ordnung $n-m$ oftmals wesentlich verringern.

Die Beobachtergleichungen entsprechen den Gleichungen des Beobachters der Ordnung $n-m$ (Gl. 2.2.6 bis Gl. 2.2.9) mit dem Unterschied, daß der

Beobachterzustand die Dimension $\nu - 1$ besitzt. Dadurch ist die Matrix $\begin{pmatrix} C \\ I \end{pmatrix}$ in Gl. 2.2.15 im allgemeinen nicht mehr invertierbar, denn sie hat n Spalten aber nur $m + \nu - 1 \leq n$ Zeilen. Es genügt aber nach Gl. 2.2.18, wenn man in eingeschwungenem Zustand (Beobachtungsfehler abgeklungen: $\underline{z}(t) = I \underline{x}(t)$) aus den Ausgangsgrößen der Strecke und des Beobachters durch Linearkombination die gewünschte Rückführung erzeugen kann:

$$\underline{k}_i^T \underline{x}(t) = (\underline{g}_i^T \quad \underline{e}_i^T) \begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} \quad (2.2.19)$$

Verwendet man Gl. 2.2.15, so ergibt sich ein Gleichungssystem für die unbekannten Größen $\underline{g}_i^T$ und $\underline{e}_i^T$:

$$(\underline{g}_i^T \quad \underline{e}_i^T) \begin{pmatrix} C \\ I \end{pmatrix} = \underline{k}_i^T \quad (2.2.20)$$

Dabei kann allerdings die Matrix I nicht im voraus festgelegt werden, sonst wäre das Gleichungssystem überbestimmt (mehr Gleichungen als Unbekannte). Dies ist auch der Grund dafür, daß man im allgemeinen für jede Komponente des Rückführvektors einen eigenen Beobachter der Ordnung $\nu - 1$ benötigt. Für jedes neue $\underline{k}_i^T$ wird in Gl. 2.2.20 ein anderes I benötigt. Da aber andererseits zwischen Streckenzustand und Beobachterzustand im eingeschwungenen Zustand der Zusammenhang

$$\underline{z}(t) = I \underline{x}(t)$$

besteht, werden für verschiedene $\underline{k}_i^T$ verschiedene Beobachter benötigt.

2.3 Zustandsregelung mit Beobachter

Bereits im letzten Abschnitt wurde angedeutet, daß man einen Beobachter einsetzen kann, um die Zustandsrückführung nach Gl. 2.1.3 vorzunehmen. Dabei muß man voraussetzen, daß die Strecke von den Meßgrößen aus beobachtbar ist, damit der Beobachterentwurf möglich ist.

An Stelle der Zustandsgrößen der Strecke, die nicht meßbar sind, wird mit dem Beobachtungswert $\hat{\underline{x}}(t)$ aus Abschnitt 2.2 die Rückführung gebildet

$$\underline{u}(t) = -\underline{K} \hat{\underline{x}}(t) + \underline{L} \underline{w}(t) = -\tilde{\underline{u}}(t) + \underline{L} \underline{w}(t) \quad (2.3.1)$$

Die Verwendung eines Beobachters für ein lineares Funktional wird später erörtert. In Bild 2.4 ist das entstehende Blockschaltbild gezeigt.

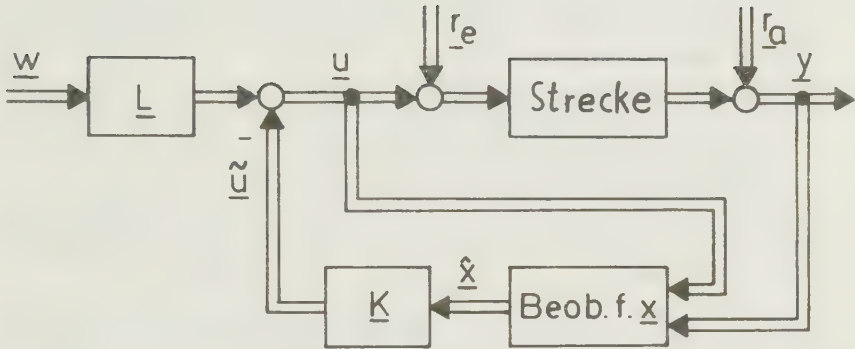


Bild 2.4: Zustandsregelkreis mit Beobachter

Man muß nun klären, welche Auswirkungen diese Änderung gegenüber dem ursprünglichen Ansatz (Gl. 2.1.3) auf das Verhalten des Gesamtsystems hat. Dies soll zunächst durch ein Gedankenexperiment qualitativ erfolgen.

Man denke sich in Bild 2.2 (Regelkreis ohne Beobachter) zunächst die Rückführung $\tilde{u}(t) = Kx(t)$ aufgetrennt und die Strecke befinde sich in einem Anfangszustand $x(0) = x_0 \neq 0$. Nach dem Schließen der Verbindungen wird sich ein Einschwingvorgang ergeben, der durch das geregelte System (Gl. 2.1.4) und den Anfangszustand x_0 festgelegt ist.

Dieses Experiment wird mit gleichem x_0 wiederholt, wobei allerdings ein Beobachter (Beobachtungsfehler abgeklungen) den Streckenzustand nachbildet. Das Schließen der Verbindung bedeutet ein sprunghaftes Verändern der Stellgröße $u(t)$. Im Beobachter kann aber bei Steuerung von $u(t)$ aus kein Beobachtungsfehler entstehen, so daß der Beobachter exakt den Streckenzustand liefert. Deshalb wird sich derselbe Einschwingvorgang abspielen, wie ohne Beobachter.

Entsprechend stellt man fest, daß bei einer Anregung des Systems von $w(t)$ aus kein Beobachtungsfehler entstehen kann. Man muß daraus folgern, daß das Führungsverhalten (Anregung von $w(t)$ aus) eines Zustandsregelkreises mit und ohne Beobachter identisch ist. Voraussetzung ist, daß nicht gleichzeitig durch Störungen oder falsche Beobachterzustände Beobachtungsfehler vorhanden sind.

Ebenso einfach ist einzusehen, daß Beobachtungsfehler abklingen können. Abweichungen zwischen Streckenzustand und Beobachtungswert bewirken ein fehlerhaftes $\tilde{u}(t)$ bzw. $\underline{u}(t)$, durch das der Beobachtungsfehler aber nicht beeinflußt wird, da er von $\underline{u}(t)$ aus nicht steuerbar ist. Die Eigenschaft des Beobachters bleibt also auch erhalten, wenn er im Regelkreis eingesetzt wird.

Im folgenden sollen die qualitativen Überlegungen analytisch untermauert werden. Die Untersuchung wird mit dem Beobachter reduzierter Ordnung $(n-m)$ durchgeführt. Durch Einsetzen der entsprechenden Matrizen kann damit der Einheitsbeobachter als Sonderfall behandelt werden ($\underline{T} = \underline{I}$, $\underline{E} = \underline{K}$, $\underline{G} = \underline{O}$, $\underline{F} = \underline{A} - \underline{D}\underline{C}$).

Um Beobachtungsfehler zu erzeugen, wird die Strecke eingangs- und ausgangsseitig gestört (vgl. Bild 2.4), wodurch sich die Streckenbeschreibung zu

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) + \underline{B} \underline{r}_e(t) \quad (2.3.2)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t) + \underline{r}_a(t) \quad (2.3.3)$$

ergibt.

Der Rückführvektor (Bild 2.4)

$$\tilde{\underline{u}}(t) = \underline{K} \left(\frac{\underline{C}}{\underline{T}} \right)^{-1} \begin{pmatrix} \underline{y}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} \quad (2.3.4)$$

lautet mit

$$\underline{K} \left(\frac{\underline{C}}{\underline{T}} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \underline{G} & \underline{E} \end{pmatrix} \quad (2.3.5)$$

$$\tilde{\underline{u}}(t) = \underline{G} \underline{y}(t) + \underline{E} \underline{z}(t) \quad (2.3.6)$$

Durch Einsetzen dieser Gleichung in die Streckenbeschreibung Gl. 2.3.2 und Gl. 2.3.3 erhält man mit Gl. 2.3.1 für das Gesamtsystem (mit Beobachter nach Gl. 2.2.6)

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}(t) \\ \dot{\underline{z}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{B}\underline{G}\underline{C} & -\underline{B}\underline{E} \\ (\underline{D} - \underline{I}\underline{B}\underline{G})\underline{C} & \underline{F} - \underline{I}\underline{B}\underline{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{z}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{I}\underline{B} \end{pmatrix} \underline{L}\underline{w}(t) +$$

$$+ \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} r_e(t) + \begin{pmatrix} -\underline{B}\underline{G} \\ \underline{D} - \underline{I}\underline{B}\underline{G} \end{pmatrix} r_a(t) .$$

(2.3.7)

Mit den Zustandsgrößen

$$(\underline{z}(t) - \underline{I}\underline{x}(t)) = \underline{\zeta}(t)$$

kann Gl. 2.3.7 umgeschrieben werden in

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}(t) \\ \dot{\underline{\zeta}}(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{B}\underline{K} & -\underline{B}\underline{E} \\ \underline{0} & \underline{F} \end{pmatrix}}_{\underline{A}^*} \begin{pmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{\zeta}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{L}\underline{w}(t) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ -\underline{I}\underline{B} \end{pmatrix} r_e(t) + \begin{pmatrix} -\underline{B}\underline{G} \\ \underline{D} \end{pmatrix} r_a(t) .$$

(2.3.8)

Man ergänzt die erste Zeile von Gl. 2.3.7 identisch mit $\underline{B}\underline{E}\underline{I}\underline{x}(t) - \underline{B}\underline{E}\underline{I}\underline{x}(t)$ und nutzt Gl. 2.3.5 aus. Von der 2. Zeile in Gl. 2.3.7 wird die mit $\underline{I}$ multiplizierte erste Zeile subtrahiert und Gl. 2.2.8 mitverwendet.

Durch die Form der Systemmatrix $\underline{A}^*$ des Gesamtsystems ergeben sich die Eigenwerte aus der Gleichung

$$\det(s\underline{I} - \underline{A}^*) =$$

$$= \det(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K}) \det(s\underline{I} - \underline{F}) = 0 . \quad (2.3.9)$$

Sie setzen sich zusammen aus den Eigenwerten, die sich ohne Beobachter bei Messung der Zustandsgrößen ergeben würden, und den Beobachtereigenwerten. Diese Eigenschaft wird als "Separierbarkeit" bezeichnet, denn man kann die Pole des geregelten Systems zunächst ohne Beobachter festlegen und anschließend den notwendigen Beobachter konstruieren.

An Gl. 2.3.8 erkennt man, daß von der Führungsgröße $\underline{w}$ aus kein Beobachtungsfehler erzeugt werden kann. Die zweite Zeile von Gl. 2.3.8 wird nämlich weder direkt über den Steuervektor $\begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix}$, noch indirekt über die Zustandsgrößen $\underline{x}$, von $\underline{w}$ angeregt.

Dies macht sich auch in dem Übertragungsverhalten bemerkbar, das man durch Laplacetransformation von Gl. 2.3.8 bei verschwindenden Anfangsbedingungen erhält:

$$\underline{y}(s) = \underline{C}(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K})^{-1}\underline{B}\underline{L}\underline{w}(s) +$$

$$+ \begin{pmatrix} \underline{C} & \underline{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K} & \underline{B}\underline{E} \\ \underline{0} & s\underline{I} - \underline{F} \end{pmatrix}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \underline{B} \\ -\underline{T}\underline{B} \end{pmatrix} \underline{r}_e(s) + \begin{pmatrix} -\underline{B}\underline{G} \\ \underline{D} \end{pmatrix} \underline{r}_a(s) \right\} + \underline{r}_a(s)$$

(2.3.10)

Das Führungsverhalten ohne Störeinwirkung ($\underline{r}_a = \underline{0}$, $\underline{r}_e = \underline{0}$) ist identisch mit dem ohne Beobachter (vgl. Gl. 2.1.6).

Nach diesen Betrachtungen ist es relativ einfach, auch die Auswirkung eines Beobachters für ein lineares Funktional im Regelkreis zu beurteilen. Bei Strecken mit einer Stellgröße wird nur ein einziger Beobachter dieser Art benötigt, wodurch sich dieser Fall nur in der Ordnung des Beobachters vom bisher Gesagten unterscheidet.

Müssen dagegen mehrere Stellgrößen gebildet werden, so ist im allgemeinen auch für jede Stellgröße je ein Beobachter der Ordnung $\nu-1$ nötig. Der Rückführvektor $\underline{\tilde{u}}(t)$ lautet deshalb analog zu Gl. 2.3.6

$$\underline{\tilde{u}}(t) = \underline{G} \underline{y}(t) + \begin{pmatrix} \underline{e}_1^T \underline{z}^1(t) \\ \underline{e}_2^T \underline{z}^2(t) \\ \vdots \\ \underline{e}_p^T \underline{z}^p(t) \end{pmatrix} \quad (2.3.11)$$

Die Vektoren $\underline{z}^i(t)$, ($i = 1, \dots, p$) sind die Zustandsvektoren der einzelnen Beobachter der Ordnung $\nu-1$, die im allgemeinen unterschiedlich sind, wie in Abschn. 2.2.2 erläutert wurde. Dadurch erhält der gesamte Beobachter die Ordnung $p(\nu-1)$. Die Zahl $p(\nu-1)$ kann kleiner, gleich oder

größer als die Ordnung $(n-m)$ des reduzierten Beobachters sein.

In analoger Weise zum Vorgehen beim Beobachter der Ordnung $(n-m)$ kann mit Hilfe von Gl. 2.3.11 das Verhalten des Gesamtsystems ermittelt werden. Grundsätzlich erhält man dasselbe Verhalten (an Stelle von $\underline{F}$ in der Systemmatrix $\underline{A}^*$ tritt eine Matrix aus den an der Diagonalen aufgereihten Systemmatrizen $\underline{F}_i$ der Einzelbeobachter).

Die Polfestlegung für das geregelte System kann ohne Berücksichtigung eines Beobachters erfolgen. Dieser wird nach dem vorher bestimmten $\underline{K}$ berechnet. Das Führungsverhalten des geregelten Systems ist mit und ohne Beobachter identisch. Beim Auftreten von Störungen macht sich der Beobachter mit seiner Dynamik bemerkbar.

2.4 Übergang in dem Frequenzbereich und Reglerentwurf

Zu Beginn dieses Abschnittes wird die Darstellung von linearen, zeitinvarianten Systemen durch Matrixdifferentialgleichungen eingeführt. Daraus resultiert eine andere Darstellung der Übertragungsmatrix als in Abschnitt 2.1, an der Steuerbarkeits- und Beobachtbarkeitseigenschaften abgelesen werden können. Sie wird Grundlage der weiteren Ausführungen sein, in denen ein Frequenzbereichsentwurf für Zustandsregler mit Beobachtern angegeben wird.

Für das System nach Gl. 2.1.1 und Gl. 2.1.2 existiert die Beschreibung

$$\underline{N}\left(\frac{d}{dt}\right) \underline{p}(t) = \underline{u}(t) \quad (2.4.1a)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{Z}\left(\frac{d}{dt}\right) \underline{p}(t) \quad (2.4.2a)$$

Dabei sind $\underline{u}(t)$ und $\underline{y}(t)$ die Eingangs- bzw. Ausgangsvektoren und $\underline{p}(t)$ ist ein p -dimensionaler Vektor, der "Partialzustand" genannt wird [4]. Die Matrizen $\underline{N}\left(\frac{d}{dt}\right)$ (p Zeilen und Spalten, nichtsingulär) und $\underline{Z}\left(\frac{d}{dt}\right)$ (m Zeilen und p Spalten) sind Polynommatrizen in dem Differentialoperator $\frac{d}{dt}$. Durch Laplacetransformation erhält man daraus bei verschwindenden Anfangsbedingungen die Übertragungsmatrix

$$\underline{F}(s) = \underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s) \quad (2.4.3a)$$

Das System ist steuerbar und beobachtbar, wenn die Polynommatrizen $\underline{Z}(s)$ und $\underline{N}(s)$ "rechtsprim" sind. Das ist erfüllt, wenn für alle s gilt [5,6]

$$\text{Rang} \begin{pmatrix} \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \end{pmatrix} = p \quad . \quad (2.4.4a)$$

Die Eigenwerte bzw. Pole des Systems erhält man aus

$$\det \underline{N}(s) = 0 \quad . \quad (2.4.5)$$

Sind $\underline{Z}(s)$ und $\underline{N}(s)$ nicht prim, so gibt es eine Zerlegung

$$\underline{Z}(s) = \underline{Z}_0(s) \underline{R}(s) \text{ und } \underline{N}(s) = \underline{N}_0(s) \underline{R}(s),$$

wobei $\det \underline{R}(s)$ ein Polynom in s ist. Damit existiert eine Darstellung

$$\begin{aligned} \underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s) &= \underline{Z}_0(s) \underline{R}(s) \underline{R}(s)^{-1} \underline{N}_0^{-1}(s) \\ &= \underline{Z}_0(s) \underline{N}_0^{-1}(s) \quad , \end{aligned}$$

wobei $\det \underline{N}_0(s)$ von kleinerer Ordnung als $\det \underline{N}(s)$ ist. In $\underline{R}(s)$ ist der nicht steuerbare und/oder nicht beobachtbare Teil von $\underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s)$ enthalten.

Andererseits kann auch eine Darstellung gemäß

$$\underline{p}^*(t) = \underline{Z}^* \left(\frac{d}{dt} \right) \underline{u}(t) \quad (2.4.1b)$$

$$\underline{N}^* \left(\frac{d}{dt} \right) \underline{y}(t) = \underline{p}^*(t) \quad (2.4.2b)$$

gewählt werden. Dabei hat der Vektor $\underline{p}^*(t)$ m Komponenten, die Polynommatrix $\underline{N}^* \left(\frac{d}{dt} \right)$ m Zeilen und Spalten und $\underline{Z}^* \left(\frac{d}{dt} \right)$ m Zeilen und p Spalten. Daraus erhält man eine Darstellung der Übertragungsmatrix zu

$$\underline{F}(s) = \underline{N}^{*-1}(s) \underline{Z}^*(s) \quad . \quad (2.4.3b)$$

Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit liegt vor, wenn $\underline{N}^*(s)$ und $\underline{Z}^*(s)$ links-prim sind [5], d.h. wenn für alle s gilt

$$\text{Rang} (\underline{N}^*(s) \underline{Z}^*(s)) = m \quad . \quad (2.4.4b)$$

Die Pole beider Beschreibungen sind identisch, wenn sie steuerbare und beobachtbare Systeme darstellen:

$$\det \underline{N}^*(s) = \det \underline{N}(s) \quad . \quad (2.4.6)$$

Nach dieser Vorbemerkung sollen die Übertragungsmatrizen ermittelt werden, die das Übertragungsverhalten der Regeleinrichtung von $\underline{u}$ und $\underline{y}$ nach $\tilde{\underline{u}}$ beschreiben (vgl. Bild 2.4).

Durch Laplacetransformation von Gl. 2.2.6 erhält man bei verschwindenden Anfangsbedingungen

$$\underline{z}(s) = (s\underline{I} - \underline{F})^{-1} (\underline{D} \underline{y}(s) + \underline{H} \underline{u}(s)). \quad (2.4.7)$$

Zusammen mit Gl. 2.3.6 ergibt sich daraus

$$\begin{aligned} \tilde{\underline{u}}(s) &= (\underline{G} + \underline{E} (s\underline{I} - \underline{F})^{-1} \underline{D}) \underline{y}(s) + \\ &+ \underline{E} (s\underline{I} - \underline{F})^{-1} \underline{H} \underline{u}(s) \end{aligned} \quad (2.4.8)$$

Für dieses System mit den Eingangsvektoren $\underline{y}$ und $\underline{u}$ und dem Ausgangsvektor $\tilde{\underline{u}}$ existiert eine Beschreibung

$$\tilde{\underline{u}}(s) = \underline{\Delta}_B^{-1}(s) [\underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{u}(s)]. \quad (2.4.9)$$

Dabei hat die Polynommatrix $\underline{Z}_{Ry}(s)$ p Zeilen und m Spalten und $\underline{Z}_{Ru}(s)$ hat p Spalten und Zeilen. Für die p x p-dimensionale Polynommatrix $\underline{\Delta}_B(s)$ gilt

$$\det \underline{\Delta}_B(s) = \det (s\underline{I} - \underline{F}). \quad (2.4.10)$$

Die Ordnung dieses Polynoms ergibt sich aus dem verwendeten Beobachter zu n beim Einheitsbeobachter und n-m beim reduzierten Beobachter.

Für den Beobachter für ein lineares Funktional erhält man mit Gl. 2.3.11

$$\tilde{\underline{u}}(s) = \underline{G} \underline{y}(s) + \begin{pmatrix} \underline{e}_1^T (s\underline{I} - \underline{E}_1)^{-1} (\underline{D}_1 \underline{y}(s) + \underline{H}_1 \underline{u}(s)) \\ \vdots \\ \underline{e}_p^T (s\underline{I} - \underline{F}_p)^{-1} (\underline{D}_p \underline{y}(s) + \underline{H}_p \underline{u}(s)) \end{pmatrix} \quad (2.4.11)$$

was durch

$$\tilde{\underline{u}}(s) = \underline{\Delta}(s)^{-1} [\underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{u}(s)] \quad (2.4.12)$$

darstellbar ist. Hierbei ist $\underline{\Delta}(s)$ eine Polynommatrix, bei der in der Diagonalen die charakteristischen Polynome der einzelnen Beobachter stehen:

$$\underline{\Delta}(s) = \begin{pmatrix} n_{B1}(s) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & n_{B2}(s) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & n_{Bp}(s) \end{pmatrix} \quad (2.4.13)$$

mit $n_{Bi} = \det (sI - F_i)$ ($i = 1, \dots, p$).

In beiden Fällen erhält man das in Bild 2.5 dargestellte Blockschaltbild.

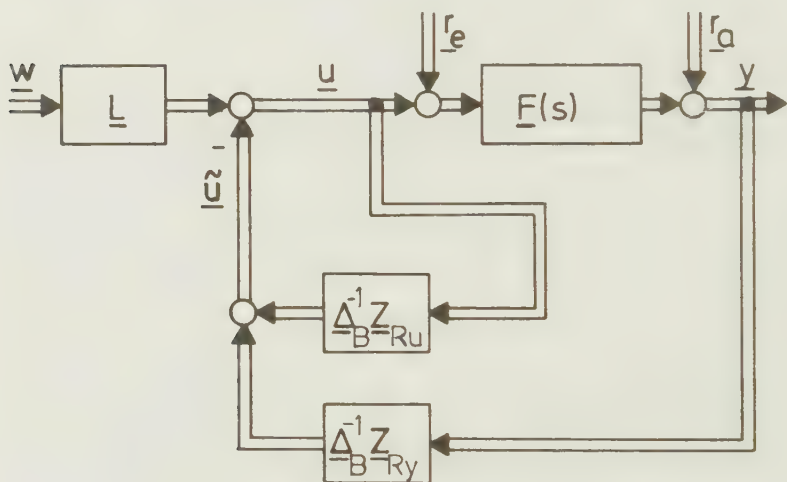


Bild 2.5: Blockschaltbild für einen Zustandsregelkreis mit Beobachter (für die Beobachter der Ordnung $(\nu-1)$ wird $\underline{\Delta}_B(s)$ durch $\underline{\Delta}(s)$ ersetzt)

Beim Zeitbereichsentwurf wurde durch Bedingungen für die Matrizen F, T, G, E und H sichergestellt, daß ein Beobachter entsteht. Setzt man diesen Beobachter zur Regelung ein, so bedeutet dies eine spezielle Verwendung, was beim Beobachter für ein lineares Funktional schon vorteilhaft zur Verringerung des Aufwandes ausgenutzt werden konnte (geringere Beobachterordnung). Beim Übergang in den Frequenzbereich gelingt es durch diese Spezialisierung auch den Entwurfsaufwand zu ver-

ringern, was im folgenden gezeigt wird.

Aus der Streckenbeschreibung nach Gl. (2.4.1a und 2.4.2a) erhält man nach Laplacetransformation (verschwindende Anfangsbedingungen)

$$\underline{N}(s) \underline{p}(s) = \underline{u}(s) \quad (2.4.14)$$

$$\text{und} \quad \underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \underline{p}(s) \quad (2.4.15)$$

In Gl. 2.4.14 wird die Zustandsrückführung (Gl. 2.3.1) eingesetzt und $\tilde{u}(s)$ aus Gl. 2.4.9 verwendet:

$$\underline{N}(s) \underline{p}(s) = - \underline{\Delta}_B^{-1}(s) [\underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{u}(s)] + \underline{L} \underline{w}(s). \quad (2.4.16)$$

Ersetzen von $\underline{u}$ und $\underline{y}$ mithilfe von Gl. 2.4.14 und 2.4.15 und Umformen liefert

$$\{\underline{N}(s) + \underline{\Delta}_B^{-1}(s) [\underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{N}(s)]\} \underline{p}(s) = \underline{L} \underline{w}(s) \quad (2.4.17)$$

oder

$$\underline{\Delta}_B^{-1}(s) [\underline{\Delta}_B(s) \underline{N}(s) + \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{N}(s)] \underline{p}(s) = \underline{L} \underline{w}(s). \quad (2.4.18)$$

Da es sich um die Frequenzbereichsbeschreibung eines Zustandsregelkreises handelt, muß man beim weiteren Vorgehen darauf achten, daß die im Zeitbereich dargestellten Eigenschaften erhalten bleiben. Von $\underline{w}$ aus dürfen die Beobachterpole nicht angeregt werden und die Zahl der Pole im Führungsverhalten muß mit der Zahl der Streckenpole übereinstimmen. Beides wird sichergestellt durch den Ansatz

$$\underline{\Delta}_B(s) \underline{N}(s) + \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{N}(s) = \underline{\Delta}_B(s) \tilde{N}(s), \quad (2.4.19)$$

wobei $\tilde{N}(s)$ ein Polynom der Ordnung n ist.

Damit ergibt sich aus Gl. (2.4.18) der Partialzustand

$$\underline{p}(s) = \tilde{N}(s)^{-1} \underline{L} \underline{w}(s), \quad (2.4.20)$$

zusammen mit Gl. (2.4.15) der Ausgangsvektor

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \tilde{N}(s)^{-1} \underline{L} \underline{w}(s) \quad (2.4.21)$$

und die Führungsübertragungsmatrix

$$\tilde{F}(s) = \underline{Z}(s) \tilde{N}^{-1}(s) \underline{L} \quad (2.4.22)$$

Die Gleichung 2.4.19 kann als Reglerentwurfsgleichung herangezogen werden. Erfüllen nämlich die Matrizen $\underline{Z}_{Ru}(s)$ und $\underline{Z}_{Ry}(s)$ diese Gleichung, dann ist von $\underline{w}(t)$ aus kein Beobachterpol anregbar, da $\underline{\Delta}_B(s)$ gekürzt wird. In der zusammengefaßten Form der Gl. 2.4.19

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{Ru}(s) & \underline{Z}_{Ry}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \end{pmatrix} = \underline{\Delta}_B(s) (\tilde{N}(s) - \underline{N}(s)) \quad (2.4.23)$$

enthält $(\underline{Z}_{Ru}(s) \quad \underline{Z}_{Ry}(s))$ die unbekannten Reglerpolynome, während $\underline{N}(s)$ und $\underline{Z}(s)$ von der Strecke vorgegeben und $\underline{\Delta}_B(s)$ und $\tilde{N}(s)$ mit gewissen Randbedingungen vorgebar sind.

Eine entsprechende Gleichung erhält man bei Verwendung von Beobachtern der Ordnung $\nu-1$, indem Gl. 2.4.12 an Stelle von Gl. 2.4.9 eingesetzt wird. Der Unterschied besteht in der Beobachtermatrix $\underline{\Delta}(s)$ und der Ordnung der Polynome im Regler:

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{Ru}(s) & \underline{Z}_{Ry}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \end{pmatrix} = \underline{\Delta}(s) (\tilde{N}(s) - \underline{N}(s)) \quad (2.4.24)$$

Setzt man Gleichung 2.4.23 in Gl. 2.4.17 ein, so erhält man

$$\{\underline{N}(s) + (\tilde{N}(s) - \underline{N}(s))\} \underline{p}(s) = \underline{L} \underline{w}(s) \quad (2.4.25)$$

Hieraus wird deutlich, daß die Regelung auch als Zustandsrückführung des Partialzustandes $\underline{p}(s)$ dargestellt werden kann. Aus der unregelmäßigten Strecke $\underline{N}(s)$ $\underline{p}(s) = \underline{u}(s)$

geht durch die Rückführung

$$\underline{u}(s) = -(\tilde{N}(s) - \underline{N}(s)) \underline{p}(s) + \underline{L} \underline{w}(s) \quad (2.4.26)$$

die Darstellung von Gl. 2.4.25 hervor. Dieser Zusammenhang ist auch in Bild 2.6 dargestellt.

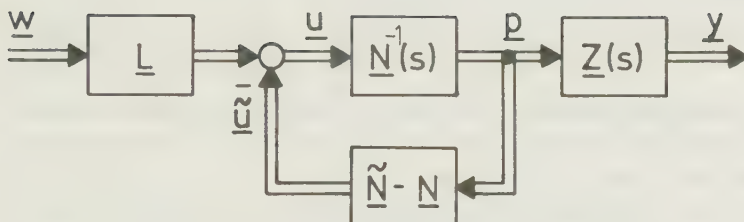


Bild 2.6: Rückführung des Partialzustandes

Von dieser Darstellung geht WOLOVICH [7] bei der Berechnung seines Reglers aus.

Mit Hilfe von Gl. 2.4.26 kann auch ein Zusammenhang zwischen $\underline{x}(s)$ und $\underline{p}(s)$ angegeben werden:

$$\underline{K} \underline{x}(s) = (\tilde{\underline{N}}(s) - \underline{N}(s)) \underline{p}(s), \quad (2.4.27)$$

woraus man mit Gl. 2.4.14

$$\underline{K} \underline{x}(s) = (\tilde{\underline{N}}(s) - \underline{N}(s)) \underline{N}^{-1}(s) \underline{u}(s) \quad (2.4.28)$$

ermittelt. Aus Gl. 2.1.1 gewinnt man durch Laplacetransformation (bei verschwindenden Anfangsbedingungen)

$$\underline{x}(s) = (s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \underline{u}(s), \quad (2.4.29)$$

so daß gilt:

$$\underline{K}(s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} = (\tilde{\underline{N}}(s) - \underline{N}(s)) \underline{N}^{-1}(s). \quad (2.4.30)$$

Mit Hilfe dieser Beziehung gelingt es wie in [8] gezeigt wird, die RICCATI-Gleichung für ein optimales $\underline{K}$ in eine Gleichung für ein optimales $\tilde{\underline{N}}(s)$ umzuschreiben. Das optimale $\underline{K}$ wird so bestimmt, daß das quadratische Gütefunktional

$$J = \int_0^{\infty} [\underline{y}^T(t) \underline{Q} \underline{y}(t) + \underline{u}^T(t) \underline{R} \underline{u}(t)] dt \quad (2.4.31)$$

ein Minimum annimmt. Ermittelt man $\tilde{\underline{N}}(s)$ aus der Gleichung

$$\tilde{\underline{N}}^T(-s) \underline{R} \tilde{\underline{N}}(s) = \underline{Z}^T(-s) \underline{Q} \underline{Z}(s) + \underline{N}^T(-s) \underline{R} \underline{N}(s), \quad (2.4.32)$$

so wird das Gütefunktional (Gl. 2.4.31) ebenfalls minimal. Hat man dagegen bereits das optimale $\underline{K}$ vorliegen, so kann aus Gl. 2.4.30 durch Auflösen das optimale $\tilde{\underline{N}}(s)$ gefunden werden.

Für Strecken mit einem Eingang führt diese Optimierung von $\tilde{\underline{N}}(s)$ zusammen mit dem Reglerentwurfssystem Gl. 2.4.24 auf das von CHEN [9] angegebene Verfahren.

Durch den Übergang in den Frequenzbereich gelingt es, ähnlich wie in [10] für Eingrößensysteme, eine einzige lineare Beziehung (Gl. 2.4.23 bzw. 2.4.24) anzugeben, die die Reglerübertragungsmatrizen erfüllen müssen, damit ein Zustandsregler mit Beobachter entsteht. Allerdings muß man bei der Lösung von Gl. 2.4.23, also bei der Berechnung des Reglers mit einem Beobachter der Ordnung $n-m$ durch Kopplungen im Regler dafür sorgen, daß ein Regler dieser Ordnung entsteht. Darauf geht z.B. GRÜBEL in [11] ein.

Bei der Berechnung der Reglerübertragungsfunktionen nach Gl. 2.4.24 ist dagegen kein zusätzlicher Aufwand erforderlich, da von vornherein für jede Stellgröße ein eigener Beobachter für ein lineares Funktional zugrunde gelegt wurde. Jede Zeile der Reglerpolynommatrizen $\underline{Z}_{Ru}(s)$ und $\underline{Z}_{Ry}(s)$ kann deshalb unabhängig von den anderen gelöst werden und die Realisierung in einem separaten Baustein mit den Eingängen $\underline{y}$ und $\underline{u}$ und einen einzigen Ausgang vorgenommen werden.

Der Nachteil, daß in manchen Fällen die Ordnung der Gesamtregleinrichtung $(p(\nu-1))$ höher als $n-m$ ist, wird durch ihre Vorteile aufgewogen.

Bei Eingrößenregelungen wird der Regler minimaler Ordnung gefunden und bei Mehrgrößenregelungen kann man den Regler aus einfachen Teilsystemen (entsprechend einer Eingrößenregelung) zusammensetzen. Es müssen nämlich keine speziellen Kopplungen vorgenommen werden, die sich von Anwendung zu Anwendung stark ändern können. Dadurch wird der Einsatz von

Einheitsreglern niedriger Komplexität möglich. Da zudem die Ordnung aller Teilregler identisch ($n-1$) ist und sich nur die Koeffizienten ändern, kann man bei einer digitalen Realisierung mit einem Einheitsprogramm im Multiplexverfahren (verschiedene Koeffizientensätze gespeichert) alle Stellgrößen berechnen.

Aus diesen Gründen wird im weiteren nur noch der Entwurf nach Gl. 2.4.24 zugrundegelegt.

2.5 Lineares Gleichungssystem zur Reglerberechnung

Die Reglerentwurfsgleichung (Gl. 2.4.24) liegt in einer Form vor, die für eine rechnergestützte Lösung sehr ungünstig ist. Mit Hilfe von Polynomoperationen (z.B. [12]) kann man die Lösung direkt ermitteln, was aber ein hochentwickeltes Rechnerprogrammsystem erfordert.

Durch Umschreiben der Polynommultiplikation in getrennte Matrizenmultiplikation von Koeffizientenmatrizen und einer Matrix in Potenzen von s gelingt es, Gl. 2.4.24 in ein lineares Gleichungssystem mit den Koeffizienten der angegebenen Polynommatrizen umzuformen. Die Vorgehensweise sei an einem einfachen Beispiel demonstriert. Das Ergebnis der Multiplikation $\underline{\Delta}(s) \underline{\tilde{N}}(s)$ erhält man mit

$$\underline{\Delta}(s) = s \underline{\Delta}_1 + \underline{\Delta}_0$$

und $\underline{\tilde{N}}(s) = s^2 \underline{\tilde{N}}_2 + s \underline{\tilde{N}}_1 + \underline{\tilde{N}}_0$

zu

$$\begin{aligned} \underline{\Delta}(s) \underline{\tilde{N}}(s) &= \left(\underline{\Delta}_1, \underline{\Delta}_0 \right) \begin{pmatrix} \underline{\tilde{N}}_2 & \underline{\tilde{N}}_1 & \underline{\tilde{N}}_0 & 0 \\ 0 & \underline{\tilde{N}}_2 & \underline{\tilde{N}}_1 & \underline{\tilde{N}}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^3 \underline{I} \\ s^2 \underline{I} \\ s \underline{I} \\ \underline{I} \end{pmatrix} \\ &= \left(\underline{\Delta}_1 \underline{\tilde{N}}_2, (\underline{\Delta}_1 \underline{\tilde{N}}_1 + \underline{\Delta}_0 \underline{\tilde{N}}_2), (\underline{\Delta}_1 \underline{\tilde{N}}_0 + \underline{\Delta}_0 \underline{\tilde{N}}_1), \underline{\Delta}_0 \underline{\tilde{N}}_0 \right) \begin{pmatrix} s^3 \underline{I} \\ s^2 \underline{I} \\ s \underline{I} \\ \underline{I} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Diese Methode wird auf die Reglerentwurfsgleichung angewendet. Die einzelnen Polynommatrizen in Gleichung 2.4.24

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{Ru}(s) & \underline{Z}_{Ry}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \end{pmatrix} = \underline{\Delta}(s) (\underline{\tilde{N}}(s) - \underline{N}(s))$$

werden angeschrieben mit

$$\begin{aligned} \underline{N}(s) &= s^r \underline{N}_r + s^{r-1} \underline{N}_{r-1} + \dots + s \underline{N}_1 + \underline{N}_0 \\ \underline{Z}(s) &= s^r \underline{Z}_r + s^{r-1} \underline{Z}_{r-1} + \dots + s \underline{Z}_1 + \underline{Z}_0 \\ \underline{\tilde{N}}(s) &= s^r \underline{\tilde{N}}_r + s^{r-1} \underline{\tilde{N}}_{r-1} + \dots + s \underline{\tilde{N}}_1 + \underline{\tilde{N}}_0 \\ \underline{\Delta}(s) &= s^{\nu-1} \underline{\Delta}_{\nu-1} + s^{\nu-2} \underline{\Delta}_{\nu-2} + \dots + s \underline{\Delta}_1 + \underline{\Delta}_0 \end{aligned}$$

Dabei sind die $\underline{\Delta}_i$, ($i=0, \dots, \nu-2$) wegen der Definition in Gl. 2.4.13 Diagonalmatrizen.

Für die Reglerpolynommatrizen $\underline{Z}_{Ru}(s)$ und $\underline{Z}_{Ry}(s)$ muß man zunächst noch die Ordnung der Einzelpolynome festlegen. Aus Gl. 2.4.11 und Gl. 2.4.12 erkennt man, daß in $\underline{Z}_{Ru}(s)$ Polynome von höchstens $(\nu-2)$ -ter Ordnung und in $\underline{Z}_{Ry}(s)$ von $(\nu-1)$ -ter Ordnung vorkommen können. Deshalb werden die noch unbekannten Polynommatrizen angesetzt mit

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{Ru}(s) &= s^{\nu-2} \underline{Z}_{Ru \nu-2} + s^{\nu-3} \underline{Z}_{Ru \nu-3} + \dots + s \underline{Z}_{Ru1} + \underline{Z}_{Ru0} \\ \underline{Z}_{Ry}(s) &= s^{\nu-1} \underline{Z}_{Ry \nu-1} + s^{\nu-2} \underline{Z}_{Ry \nu-2} + \dots + s \underline{Z}_{Ry1} + \underline{Z}_{Ry0} \end{aligned}$$

Damit können die Koeffizienten der linken und rechten Seite von Gl. 2.4.24 errechnet und die unbekannten Reglerkoeffizienten aus dem Koeffizientenvergleich ermittelt werden. Dies ist in Form eines linearen Gleichungssystems möglich:

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{Ru \nu-2} & \dots & \underline{Z}_{Ru0} & \underline{Z}_{Ry \nu-1} & \dots & \underline{Z}_{Ry0} \end{pmatrix} \underline{M}_\nu = (\underline{\Delta}_{\nu-2} \dots \underline{\Delta}_0) \underline{Q}_\nu \quad (2.5.1)$$

Dabei ist

$$\underline{M}_\nu = \left(\begin{array}{cccccccc} \underline{0} & \underline{N}_r & \underline{N}_{r-1} & \cdots & \underline{N}_0 & \underline{0} & \underline{0} & \cdots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{N}_r & \underline{N}_{r-1} & \cdots & \underline{N}_0 & \underline{0} & \cdots & \underline{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \underline{0} & \cdots & \cdots & \underline{0} & \underline{N}_r & \underline{N}_{r-1} & \cdots & \cdots & \underline{N}_0 \\ \underline{Z}_r & \underline{Z}_{r-1} & \cdots & \underline{Z}_0 & \underline{0} & \underline{0} & \cdots & \cdots & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{Z}_r & \underline{Z}_{r-1} & \cdots & \underline{Z}_0 & \underline{0} & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \underline{0} \\ \underline{0} & \cdots & \cdots & \underline{0} & \underline{Z}_r & \underline{Z}_{r-1} & \cdots & \cdots & \underline{Z}_0 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \nu-1 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \nu$$

und

$$\underline{Q}_\nu = \left(\begin{array}{cccccccc} (\tilde{N}_r - N_r) & (\tilde{N}_{r-1} - N_{r-1}) & \cdots & \cdots & (\tilde{N}_0 - N_0) & \underline{0} & \cdots & \underline{0} \\ \underline{0} & (\tilde{N}_r - N_r) & (\tilde{N}_{r-1} - N_{r-1}) & \cdots & \cdots & (\tilde{N}_0 - N_0) & \underline{0} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \underline{0} \\ \underline{0} & \cdots & \cdots & \underline{0} & (\tilde{N}_r - N_r) & \cdots & \cdots & (\tilde{N}_0 - N_0) \end{array} \right).$$

Die Anordnung der Unbekannten und damit die Form der Matrix $\underline{M}_\nu$ ist hier entsprechend der Gl. 2.4.24 vorgenommen. Für die Lösung mit Hilfe eines Digitalrechners können günstigere Formen der Matrix $\underline{M}_\nu$ durch Umordnen gefunden werden. Diese Einzelheiten sollen hier jedoch nicht erörtert werden.

Weitaus wichtiger ist die Frage nach der Lösbarkeit dieses Gleichungssystems. Da es abgeleitet wurde von dem im Zeitbereich lösbar Problem für die p Beobachter der Ordnung $\nu-1$ (jede Zeile liefert die Koeffizienten eines Reglers der Ordnung $\nu-1$), muß es mit einem $\tilde{N}(s)$, wie es in Gl. 2.4.30 oder in Gl. 2.4.32 definiert wurde, und der Ordnung $(\nu-1)$ der Beobachterpolynome lösbar sein. Geht man jedoch von der Frequenzbereichsbeschreibung der Strecke aus und gibt $\tilde{N}(s)$ (und damit das Verhalten des geregelten Systems) vor, so ist die Ordnung $(\nu-1)$ zunächst unbekannt. Ebenso ist man nicht sicher, daß die gewünschte Übertragungsmatrix für das Führungsverhalten

$$\tilde{F}(s) = \underline{Z}(s) \tilde{N}^{-1}(s) \underline{L}$$

durch lineare Zustandsrückführung erzeugbar ist. Hier bietet sich eine pragmatische Vorgehensweise an.

Hält man daran fest, daß die Beobachterpolynome in $\underline{\Delta}(s)$ frei vorgebar sind, dann ist das Gleichungssystem 2.5.1 lösbar, wenn gilt

$$\text{Rang } \underline{M}_\nu = \text{Rang } \begin{pmatrix} \underline{M}_\nu \\ \underline{Q}_\nu \end{pmatrix} . \quad (2.5.2)$$

Mit Hilfe dieser Gleichung kann sehr schnell die nötige Ordnung ermittelt werden, indem $\underline{M}_\nu$ und $\underline{Q}_\nu$ für verschiedene ν beginnend bei $\nu = 1$ aufgestellt und überprüft wird, ob in $\underline{Q}_\nu$ von $\underline{M}_\nu$ linear unabhängige Zeilen vorhanden sind. Ist dies nicht mehr der Fall, hat man die nötige Reglerordnung ermittelt und kann mit den bereits erstellten Matrizen $\underline{M}_\nu$ und $\underline{Q}_\nu$ die Reglerberechnung mit dem bekannten Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme durchführen. Sollte sich bei $(\nu-1) = (n-m)$ keine Lösbarkeit ergeben, so ist $\tilde{\underline{N}}(s)$ nicht durch lineare Zustandsrückführung erreichbar, denn $(\nu-1)$ ist immer kleiner oder gleich $(n-m)$.

Diese Vorgehensweise erlaubt es auch einzelne Regler von niedrigerer Ordnung zu ermitteln. Dies beruht auf der Tatsache, daß ganz spezielle Funktionale auch mit Beobachtern niedrigerer Ordnung als $(\nu-1)$ rekonstruierbar sind. Wird z.B. ein $u_i(t) = \underline{k}_i^T \underline{x}(t)$ mit $\underline{k}_i^T = \beta \underline{c}_i^T$ ($\underline{c}_i^T$ ist die i-te Zeile aus der Ausgangsmatrix $\underline{C}$) gefordert, so kommt man mit einem Proportionalfaktor β (Beobachter 0-ter Ordnung) aus

$$u_i(t) = \beta y_i(t) = \underline{k}_i^T \underline{x}(t) .$$

Man findet derartige Fälle, indem man die Matrix $\underline{Q}_\nu$ in die Teilmatrizen aufspaltet, die jeweils zur Berechnung einer Reglerzeile benötigt werden, und mit diesen Teilmatrizen die Lösbarkeit prüft. Die zur i-ten Zeile der Reglerkoeffizienten gehörende Teilmatrix setzt sich aus den Zeilen $i, i+p, \dots, i+(\nu-1)p$ aus $\underline{Q}_\nu$ zusammen.

Beachtet man bei der Wahl von $\tilde{\underline{N}}(s)$ gewisse Bedingungen, so ist das Gleichungssystem immer lösbar. Setzt man voraus, daß $\underline{F}(s) = \underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s)$ eine steuerbare und beobachtbare Strecke darstellt, so genügt es nach WOLOVICH [7], daß die Polynommatrix $\tilde{\underline{N}}(s) = \underline{N}(s)$ in jeder Spalte kleinere höchste Potenzen in s besitzt als $\underline{N}(s)$. Dies wird aus dem Gleichungssystem 2.5.1 und 2.4.24 plausibel,

denn dann erscheinen auf der rechten Seite nur Koeffizienten bei Potenzen in s , die mit der linken Seite erzeugt werden können.

2.6 Beispiel

Gegeben ist eine Strecke mit zwei Stelleingängen und zwei Ausgängen und der Übertragungsmatrix

$$\underline{F}(s) = \frac{1}{s^2 - s^3} \begin{pmatrix} -s^2 + 1 & 0 \\ -s & s^2 \end{pmatrix}.$$

(Beispiel aus [7])

Es existiert die Darstellung

$$\underline{F}(s) = \underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s) = \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^2 & 0 \\ 1 & -s+1 \end{pmatrix}^{-1}.$$

Das geregelte System soll Diagonalform haben mit der Übertragungsmatrix

$$\tilde{\underline{F}}(s) = \begin{pmatrix} \frac{2(s+1)}{s^2+2s+2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+1} \end{pmatrix}.$$

Man ermittelt daraus die Darstellung

$$\underline{Z}(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{L} = \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^2+2s+2 & 0 \\ -(s+1) & -(s+1) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Damit liegen die Polynommatrizen $\underline{N}(s)$ und $\tilde{\underline{N}}(s)$ fest:

$$\underline{N}(s) = s^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Z}(s) = s^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\underline{N}}(s) = s^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\underline{N}}(s) - \underline{N}(s) = s^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Für einen Beobachter null-ter Ordnung

$$\underline{\Delta}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

lautet das Gleichungssystem (2.5.1)

$$\begin{pmatrix} z_{Ry_0}^{11} & z_{Ry_0}^{12} \\ z_{Ry_0}^{21} & z_{Ry_0}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overbrace{0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0}^{M_1} \\ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overbrace{0 \ 0 \ 2 \ 0 \ 2 \ 0}^{Q_1} \\ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ -2 \ -2 \end{pmatrix}.$$

Man erkennt, daß die erste Zeile von $\underline{Q}_1$ von der ersten Zeile in $\underline{M}_1$ linear abhängig, also die rechte Seite verträglich ist, und man kann sofort berechnen

$$z_{Ry_0}^{11} = 2 \text{ und } z_{Ry_0}^{12} = 0.$$

Die zweite Zeile von $\underline{Q}_1$ ergibt eine Rangerhöhung in $\begin{pmatrix} M_1 \\ Q_1 \end{pmatrix}$, so daß um eine Ordnung erhöht werden muß. Mit dem Beobachterpolynom $n_{B2}(s) = (s+10)$ wird die Gl. 2.5.1 für die zweite Zeile erneut angeschrieben:

$$\begin{pmatrix} z_{Ru_0}^{21} & z_{Ru_0}^{22} & z_{Ry_1}^{21} & z_{Ry_1}^{22} & z_{Ry_0}^{21} & z_{Ry_0}^{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= (1 \ 10) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Dieses Gleichungssystem ist lösbar und man ermittelt (nicht eindeutig) den Parametervektor $(0 \ -9 \ -1 \ -11 \ 0 \ -11)$.

Mit der Beobachtermatrix

$$\underline{\Delta}^{-1}(s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+10} \end{pmatrix}$$

ergibt sich daraus die Rückführgröße

$$\begin{pmatrix} \tilde{u}_1(s) \\ \tilde{u}_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{9}{s+10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -\frac{s}{s+10} & -\frac{11(s+1)}{s+10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(s) \\ y_2(s) \end{pmatrix}.$$

Die zweite Reglerzeile kann in einem Netzwerk mit u_2 , y_1 und y_2 als Eingängen realisiert werden.

Dabei benötigt man nur einen Speicher, ebensoviel wie ein LUENBERGER Beobachter der Ordnung $n-m$, denn es gilt $n=3$, da $\det N(s)$ von dritter Ordnung ist. Hier gelingt es durch die systematische Suche nach der geringsten nötigen Ordnung, eine Regeleinrichtung zu ermitteln mit einer Ordnung, die kleiner als p ($p-1$) ist.

2.7 Verschiedene Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsreglern

Im allgemeinen ist das Ergebnis der Reglerberechnung nach Gl. 2.5.1 nicht eindeutig, da die Zahl der Gleichungen meist kleiner als die Zahl der zu bestimmenden Parameter ist. Verwendet man die verallgemeinerte Inverse 13 der Matrix M , in Gl. 2.5.1, dann wird ein Lösungsvektor minimaler Länge (euklidische Norm) gewonnen. Dies bedeutet, daß die Quadratsumme der Reglerverstärkungen am kleinsten wird.

Eine andere Möglichkeit die freien Parameter sinnvoll vorzugeben, besteht darin, die Koeffizienten in $Z_{Ry}(s)$ bei den höchsten Potenzen klein oder zu Null zu machen. Dadurch erreicht man eine Glättung des Stellsignals bezüglich hochfrequenten Meßrauschens am Eingang des Reglers. Eine Filterung des Meßrauschens kann prinzipiell dadurch erfolgen, daß ein Regler höherer Ordnung angesetzt wird, mit dem man im Übertragungsverhalten von y nach u Tiefpaßcharakter (Zählergrad < Nennergrad) erzeugen kann.

Es besteht also die Möglichkeit, zusätzlich zum gewünschten Führungsverhalten mit Hilfe der dann noch frei verfügbaren Parameter in begrenztem Umfang andere Gesichtspunkte zu berücksichtigen. Die Zahl der Freiheitsgrade wird um so höher, je höher die Ordnung des Beobachters ist. Nachteilig wirkt sich allerdings aus, daß eine höhere Beobachterordnung das Störverhalten durch eine höhere Anzahl an Polen belastet. Weiterhin zeigt sich, daß mit der Reglerordnung im allgemeinen auch die Verstärkungswerte in den einzelnen Reglern zunehmen.

Falls ein Führungsverhalten gewünscht wird, das nicht durch Zustandsrückführung erreichbar ist, muß man im Führungskanal dynamische Vorglieder einbringen. Dies kann so erfolgen, daß sich die Zahl der Pole im Führungsverhalten nicht erhöht. Das von WOLOVICH in [14] oder [6] angegebene Verfahren kann entsprechend angewendet werden.

Ein wichtiger Gesichtspunkt im Entwurfsstadium ist die Frage nach einer gerätetechnischen Realisierungsmöglichkeit. Geht man von dem Zeitbereichsentwurf aus, so stellt man fest, daß für jede neue Anwendung eine neue Anordnung mit komplexer Struktur und sich ändernder Ordnung entsteht. Eine Standardisierung von größeren Bausteinen erscheint unmöglich. Dies ist wohl auch ein Grund dafür, daß die Theorie der Zustandsregelung noch sehr wenig Eingang in die Reglerentwicklung gefunden hat. Wie bereits in Abschn. 2.4 erwähnt, bietet sich aber mit dem hier dargestellten Entwurfsverfahren eine Standardisierungsmöglichkeit an. Das Ergebnis des Reglerentwurfs sind Reglerübertragungsmatrizen, die zeilenweise realisiert werden können. Dazu sind Übertragungssysteme mit einem Ausgang und mehreren Eingängen erforderlich. Bei Verwendung der Beobachternormalform (vgl. Bild 2.6 und z.B. [15]) wird eine Standardisierung möglich, denn die Erhöhung der Ordnung kann durch Ansetzen eines Integriererbausteines erfolgen, und die Verknüpfungen sind immer gleichartig. Bei einer analogen Realisierung benötigt man für jede Stellgröße getrennt aufgebaute Regler. Wird die Regelung mit einem Digitalrechner vorgenommen, so genügt ein Einheitsprogramm, das mit mehreren Parametersätzen im Multiplexverfahren alle Stellgrößen berechnet.

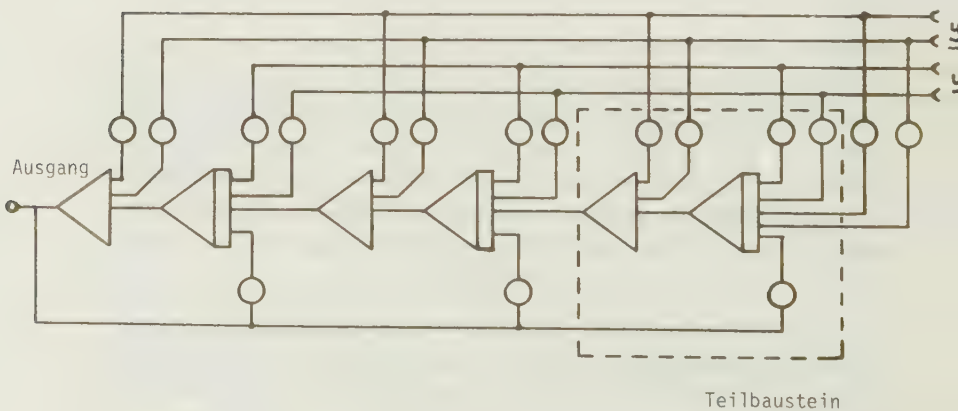


Bild 2.7: Reglerrealisierung in Beobachternormalform

Im Zuge der Entwicklung leistungsfähiger μ -Prozessorbausteine könnten sich derartige Reglersysteme durchsetzen, zumal die Kosten gegenüber einer analogen Technik weitaus geringer sind. Bei der Regelung mit Digitalbausteinen muß man zwei Entwurfsmöglichkeiten unterscheiden. Ist die Abtastrate und Verarbeitungsgeschwindigkeit hoch gegenüber der Änderungsgeschwindigkeit der Prozeßgrößen, kann man den diskret arbeitenden Regler mit Halteglied als kontinuierlich betrachten und die Realisierung mit Hilfe der im s-Bereich berechneten Übertragungsfunktion vornehmen.

Muß man dagegen berücksichtigen, daß eine längere Zeit zwischen zwei Abtastwerten verstreicht, so muß man die Theorie der linearen Abtastsysteme bemühen. An Stelle der Differentialgleichungen stehen Differenzgleichungen, und als adäquate Transformation ist die z-Transformation einzusetzen. Im hier dargestellten Entwurfsverfahren ergeben sich darüber hinaus keine Veränderungen. Das heißt also, daß man die z-Übertragungs-Matrix der Strecke (einschließlich Halteglied) in der Form

$$\underline{F}(z) = \underline{Z}(z) \underline{N}^{-1}(z)$$

ermittelt, das Führungsverhalten mit

$$\tilde{\underline{F}}(z) = \underline{Z}(z) \tilde{\underline{N}}^{-1}(z) \underline{L} ,$$

die Beobachterpole durch $\underline{\Delta}(z)$ vorgibt und die Berechnung der Koeffizienten der Regler-z-Übertragungsfunktionen mit dem Gleichungssystem 2.5.1 durchführt. Die z-Übertragungsfunktion ihrerseits ist direkt in ein Rechenprogramm übersetzbar.

Mit dem hier dargestellten Entwurfsverfahren ist man somit in der Lage sowohl kontinuierlich als auch diskret arbeitende Regelsysteme zu entwerfen.

3. ZUSTANDSREGELUNG UND STÖRGRÖSSENKOMPENSATION

Aus der klassischen Regelungstechnik ist der Begriff der Störgrößenaufschaltung zur Bekämpfung von Störauswirkungen bekannt. Hierbei wird die Störung, bevor sie in die Strecke eingreift, gemessen und durch geeignete Übertragungsglieder verformt dem Stellsignal additiv überlagert (vgl. Bild 3.1). Das Übertragungsglied F_k wird so gewählt, daß möglichst vollständige Auslöschung der Störauswirkung in der Regelgröße erfolgt.

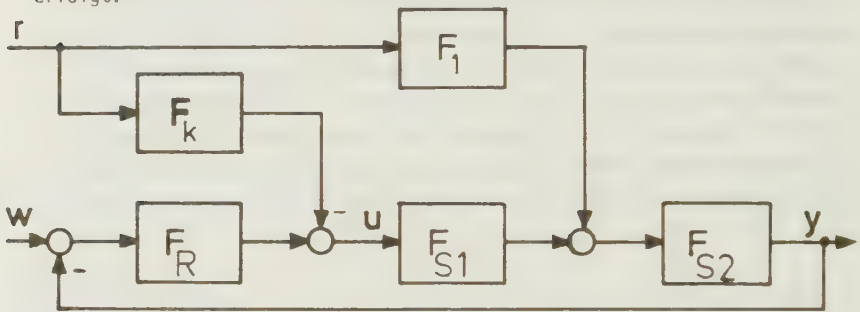


Bild 3.1: Störgrößenaufschaltung

In den meisten Fällen ist eine solche Kompensation nicht möglich, da die Störung $r(t)$ nicht meßbar ist. Bei herkömmlichen Regelungen wird dann der Regler mit Integralanteil versehen, mit dem zumindest konstante oder langsam sich ändernde Störungen ausgeregelt werden. Wie sich zeigt, kann man diese Methode als Sonderfall einer allgemeinen Theorie der Störgrößeneobachtung und Störgrößenkompensation interpretieren.

Wie bei der Zustandsbeobachtung versucht man aus den Ausgangsgrößen der Strecke die Störung zu rekonstruieren, um aus dieser beobachteten Größe eine der Störung entgegenwirkende Stellgröße bilden zu können.

JOHNSON [16,17,18,19] und DAVISON [20,21,22] haben dazu grundlegende Arbeiten veröffentlicht. Die Überlegungen von JOHNSON sind im deutschsprachigen Raum durch die Arbeiten von MÖLLER und LÜCKEL (zuletzt in [23]) weiterverarbeitet worden. Hier soll nur auf die Grundidee von JOHNSON näher eingegangen werden.

Im ersten Abschnitt (3.1) ist die Modellbildung und Beobachtung von Störungen dargestellt und die Wirkungsweise eines Störbeobachters im Regelkreis erläutert (3.2). Mit Hilfe einer abgewandelten Modelldarstellung gelingt es, eine Frequenzbereichsbeschreibung des Störbeobachters zu finden (3.3) und daraus ein Entwurfsverfahren für Zustandsregelungen reduzierter Ordnung zu entwickeln, die auch Störkompensation einschließen (3.4). An Beispielen wird das Verfahren und die Wirksamkeit verdeutlicht (3.5). In einer abschließenden Bemerkung sind einige Gesichtspunkte für den Entwurf von Zustandsregelungen mit Störgrößenkompensation zusammengestellt.

3.1 Störbeobachter

Grundlegende Idee ist die Darstellung des Störvektors $\underline{r}(t)$ als Lösung eines homogenen linearen Differentialgleichungssystems. Dazu müssen dessen Ordnung n_s und dessen Koeffizienten bekannt sein. Den zufälligen und nicht vorhersehbaren Zeitverlauf der Störung denkt man sich dadurch entstanden, daß die Anfangsbedingungen des Differentialgleichungssystems in zufälliger Weise immer wieder neu gesetzt werden. Meist wird dieser gedachte Störprozeß in Form einer Vektordifferentialgleichung gemäß

$$\begin{aligned}\dot{\underline{v}}(t) &= \underline{R} \underline{v}(t) + \underline{\mathcal{G}}(t) \\ \underline{r}(t) &= \underline{C}_r \underline{v}(t)\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

dargestellt. Die Anregung $\underline{\mathcal{G}}(t)$ besteht dabei aus einer unregelmäßigen Folge von Diracimpulsen:

$$\underline{\mathcal{G}}(t) = \underline{v}_0 \delta(t-t_0) + \underline{v}_1 \delta(t-t_1) + \dots,$$

wobei die Vektoren der jeweiligen Anfangsbedingungen $\underline{v}_i$ und die Zeitpunkte t_i , zu denen ein Neusetzen erfolgt, unbekannt sind und stochastisch schwanken. Der Charakter der Störung wird durch die Systemmatrix $\underline{R}$ bzw. deren Eigenwerte bestimmt.

Sprungförmige Störungen z.B. können durch die Differentialgleichung erster Ordnung

$$\dot{\underline{v}}(t) = \underline{v}_0 \delta(t-t_0); \quad \underline{r}(t) = \underline{v}(t)$$

modelliert werden, denn sie hat als Lösung die Sprungfunktion

$$r(t) = v_0 \cdot 1(t-t_0), \quad r(t < 0) = 0.$$

Im Folgenden soll das Prinzip der Störgrößenbeobachtung und Kompensation am einfachsten Fall verdeutlicht werden, daß nämlich die Störung $\underline{r}(t)$ am Eingang der Strecke angreift. Sie wird mit $\underline{r}_e(t)$ bezeichnet und besteht aus p Komponenten, entsprechend der Zahl der Streckeneingänge.

Die Strecke mit Störeinwirkung wird beschrieben durch

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) + \underline{B} \underline{r}_e(t) \\ \underline{y}(t) &= \underline{C} \underline{x}(t) \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

Setzt man einen Zustandsbeobachter (Einheitsbeobachter) ein, der durch die Gleichung

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{x}}}(t) &= \underline{A} \hat{\underline{x}}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) + \underline{D}(\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)) \\ \hat{\underline{y}}(t) &= \underline{C} \hat{\underline{x}}(t) \end{aligned}$$

(vgl. Gl. 2.2.3) beschrieben wird, ergibt sich beim Auftreten einer Störung $\underline{r}_e(t)$ ein Beobachtungsfehler $\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t) \neq 0$, da die Strecke anders angeregt wird als der Beobachter. Diese Abweichung steht am Ausgang des Beobachters zur Verfügung und kann zur Anregung eines Modells des Störprozesses

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{v}}}(t) &= \underline{R} \hat{\underline{v}}(t) + \underline{D}_r (\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)) \\ \hat{\underline{r}}_e(t) &= \underline{C}_r \hat{\underline{v}}(t) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

dienen. Die Ausgangsgröße $\hat{\underline{r}}_e(t)$ ihrerseits speist man an der gleichen Stelle in den Zustandsbeobachter ein, an der die Störung $\underline{r}_e(t)$ in die Strecke eingreift:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{x}}}(t) &= \underline{A} \hat{\underline{x}}(t) + \underline{B} \underline{u}(t) + \underline{D}(\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)) + \underline{B} \hat{\underline{r}}_e(t) \\ \hat{\underline{y}}(t) &= \underline{C} \hat{\underline{x}}(t) \end{aligned} \quad (3.1.4)$$

Für das Gesamtsystem bestehend aus Zustandsbeobachter (Einheitsbeobachter) und Störbeobachter kann die zusammengefaßte Form

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\underline{x}}}(t) \\ \dot{\hat{\underline{v}}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{D} \underline{C} & \underline{B} \underline{C}_r \\ -\underline{D}_r \underline{C} & \underline{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\underline{x}}(t) \\ \hat{\underline{v}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{D} \\ \underline{D}_r \end{pmatrix} \underline{y}(t) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ 0 \end{pmatrix} \underline{u}(t)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{\hat{y}}(t) \\ \underline{\hat{r}}_e(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{C} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{C}_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) \end{pmatrix} \quad (3.1.5)$$

angeschrieben werden.

Erreicht man, daß die beobachtete Störung $\underline{\hat{r}}_e(t)$ mit $\underline{r}_e(t)$ übereinstimmt, so wird die Strecke und der Zustandsbeobachter mit gleichen Signalen angeregt, und es liegen keine Beobachtungsfehler und keine Abweichung $\underline{y}(t) - \underline{\hat{y}}(t)$ mehr vor.

Man erkennt dies sehr gut an dem Differentialgleichungssystem für die Beobachtungsfehler, wenn man voraussetzt, daß die Anregung der Störung in Gl. 3.1.1 nur durch einen einmaligen Diracimpuls erfolgt. Es lautet

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{\hat{x}}}(t) - \underline{\dot{x}}(t) \\ \dot{\underline{\hat{v}}}(t) - \underline{\dot{v}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{D}\underline{C} & \underline{B}\underline{C}_r \\ -\underline{D}_r\underline{C} & \underline{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(t) - \underline{x}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) - \underline{v}(t) \end{pmatrix} \quad (3.1.6)$$

und besitzt dieselbe Systemmatrix

$$\underline{\bar{F}} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{D}\underline{C} & \underline{B}\underline{C}_r \\ -\underline{D}_r\underline{C} & \underline{R} \end{pmatrix}$$

wie der um das Störmodell erweiterte Einheitsbeobachter (Gl. 3.1.5).

Stimmen $\underline{\hat{v}}(t)$ und $\underline{v}(t)$ überein, dann wird kein Beobachtungsfehler $\underline{\hat{x}}(t) - \underline{x}(t)$ angeregt. Beide Beobachtungsfehler $\underline{\hat{x}}(t) - \underline{x}(t)$ und $\underline{\hat{v}}(t) - \underline{v}(t)$ verschwinden asymptotisch, wenn die Systemmatrix $\underline{\bar{F}}$ stabile Eigenwerte (alle Realteile kleiner Null) besitzt.

Dies läßt sich dann immer erreichen, wenn das System

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{\hat{x}}}(t) \\ \dot{\underline{\hat{v}}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B}\underline{C}_r \\ \underline{0} & \underline{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{u}(t) + \underline{u}_r(t) \quad (3.1.7)$$

$$\underline{\hat{y}}(t) = \begin{pmatrix} \underline{C} & \underline{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) \end{pmatrix}$$

also das um das Störmodell erweiterte Modell der Strecke beobachtbar ist [19].

Die Beschreibung des Beobachters für $\underline{x}$ und $\underline{y}$ in Gl. 3.1.5 (gleiche Systemmatrix wie 3.1.6) entsteht nämlich durch die Rückkopplung des Systems aus Gl. 3.1.7 mit

$$\underline{u}_r(t) = \begin{pmatrix} \underline{D} \\ \underline{D}_r \end{pmatrix} (\underline{y}(t) - \hat{\underline{y}}(t)) .$$

Beliebige und damit stabile Eigenwerte lassen sich mit einer solchen Rückkopplung nur dann erzeugen, wenn das nicht rückgekoppelte System (Gl. 3.1.7) beobachtbar ist. In Bild 3.2 ist ein Blockschaltbild der gesamten Anordnung gezeigt.

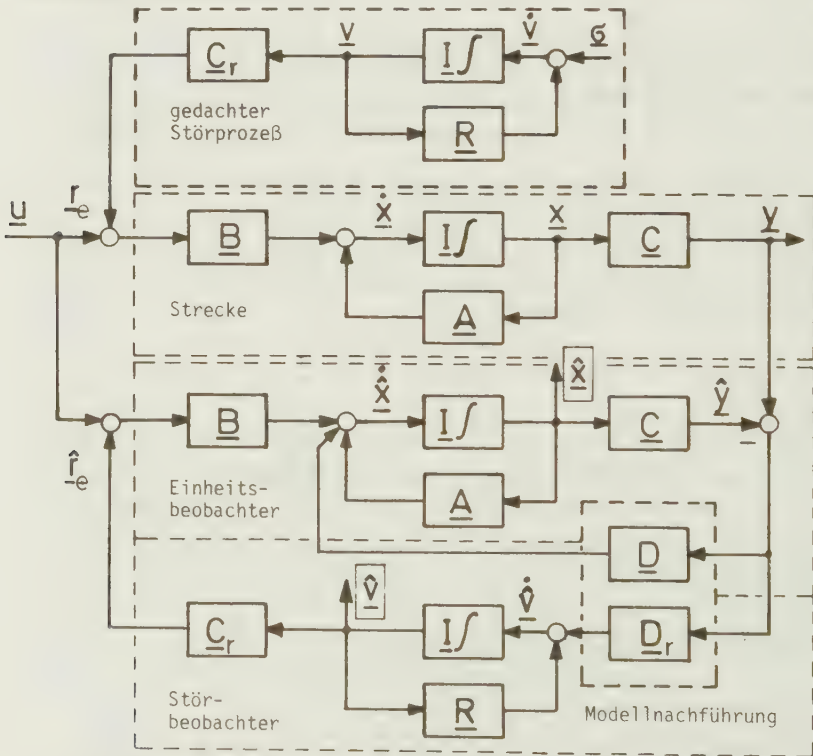


Bild 3.2: Strecke mit gedachtem Störprozeß und Einheitsbeobachter mit Störbeobachter

Es fällt auf, daß, abgesehen von der Struktur, der erweiterte Beobachter für die Streckenzustände und die Störung die selben Eigenschaften wie ein Zustandsbeobachter besitzt:

Beobachtungsfehler lassen sich nicht von $\underline{u}$ aus anregen und durch falsche Anfangsbedingungen (auch des Störbeobachters!) entstandene Beobachtungsfehler klingen asymptotisch ab.

Darüber hinaus ist die Beobachtung des Systemzustandes $\underline{x}$ auch bei Vorhandensein von Störungen exakt, wenn der Beobachtungsfehler im Störbeobachter abgeklungen ist.

Andererseits wird der Störbeobachter angeregt, ohne daß eine Störung vorhanden ist, wenn ein Beobachtungsfehler $\hat{\underline{x}} - \underline{x}$ aufgrund falscher Anfangsbedingungen (Einschalten) oder falscher Information über die Eingangssignale der Strecke $\underline{u}(t)$ entsteht. Dieser zweite Gesichtspunkt wird noch von Interesse sein, wenn in Abschn. 4 Stellgrößenbeschränkungen in die Überlegungen einbezogen werden.

3.2 Störbeobachter im geschlossenen Regelkreis

Wie anfangs erwähnt, soll der Störbeobachter dazu dienen, die Störung zu kompensieren. Man überlagert also das Stellsignal additiv mit der beobachteten Störung $\hat{\underline{r}}_e(t)$ und bildet

$$\underline{u}(t) = - \underline{K} \hat{\underline{x}}(t) - \hat{\underline{r}}_e(t) + \underline{L} \underline{w}(t) = - \tilde{\underline{u}}(t) + \underline{L} \underline{w}(t) . \quad (3.2.1)$$

Dadurch erhält man für die rückgekoppelte Strecke

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{B} [- \underline{K} \hat{\underline{x}}(t) - \hat{\underline{r}}_e(t) + \underline{L} \underline{w}(t)] + \underline{B} \underline{r}_e(t),$$

woraus durch Ergänzen mit $\underline{B} \underline{K} \underline{x}(t) - \underline{B} \underline{K} \underline{x}(t)$

$$\dot{\underline{x}}(t) = (\underline{A} - \underline{B} \underline{K}) \underline{x}(t) - \underline{B} \underline{K} (\hat{\underline{x}}(t) - \underline{x}(t)) - \underline{B} (\hat{\underline{r}}_e(t) - \underline{r}_e(t)) + \underline{B} \underline{L} \underline{w}(t) \quad (3.2.2)$$

entsteht. Das geregelte System wird also von der Führungsgröße $\underline{w}(t)$ und von den Beobachtungsfehlern $(\hat{\underline{x}}(t) - \underline{x}(t)) = \tilde{\underline{x}}(t)$ und $\hat{\underline{r}}_e(t) - \underline{r}_e(t)$ angeregt. Der Einfluß der Störung wird somit vollständig kompensiert, wenn die Beobachtungsfehler abgeklungen sind. Schreibt man das Differentialgleichungssystem für die rückgekoppelte Strecke und den Beobachter an

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}(t) \\ \dot{\underline{\tilde{x}}}(t) \\ \dot{\underline{\hat{v}}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{B} \underline{K} & -\underline{B} \underline{K} & -\underline{B} \underline{C}_r \\ \underline{0} & \underline{A} - \underline{D} \underline{C} & \underline{B} \underline{C}_r \\ \underline{0} & -\underline{D}_r \underline{C} & \underline{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{\tilde{x}}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ -\underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{r}_e(t) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{L} \underline{w}(t) \quad (3.2.3)$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C} \underline{x}(t)$$

so erkennt man wiederum, daß die Beobachtereigenschaft auch im geschlossenen Kreis bei der Erweiterung mit dem Störbeobachter erhalten bleibt: die Pole des geschlossenen Regelkreises liegen so, als sei der Systemzustand $\underline{x}(t)$ direkt gemessen worden (Eigenwerte von $\underline{A} - \underline{B} \underline{K}$) und als zusätzliche Eigenwerte treten die von der Führungsgröße aus nicht steuerbaren Beobachterpole auf (Eigenwerte von $\underline{F}$). Also auch für den erweiterten Beobachter gilt das Separierbarkeitsprinzip.

Führt man die Rückführung

$$\underline{u}(t) = -\underline{K} \underline{\hat{x}}(t) - \underline{C}_r \underline{\hat{v}}(t) + \underline{L} \underline{w}(t) \quad (\text{vgl. Gl. 3.2.1})$$

in die Beobachtergleichung (Gl. 3.1.5) ein, so ergibt sich der Beobachter im geschlossenen Regelkreis zu

$$\begin{pmatrix} \dot{\underline{\hat{x}}}(t) \\ \dot{\underline{\hat{v}}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} - \underline{D} \underline{C} - \underline{B} \underline{K} & \underline{0} \\ -\underline{D}_r \underline{C} & \underline{R} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(t) \\ \underline{\hat{v}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \underline{D} \\ \underline{D}_r \end{pmatrix} \underline{y}(t) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{L} \underline{w}(t) \quad (3.2.4)$$

Diese Darstellung zeigt, daß $\underline{\hat{x}}(t)$ nicht von der beobachteten Störung angeregt wird. Dies hat zur Folge, daß die Zustandsbeobachtung nach dem Einschwingen des Störbeobachters vollständig unbeeinflusst ist, ebenso wie der Streckenzustand vollständig störbefreit wird. Weiterhin erkennt man, daß der Beobachter mit Störmodell für den Einsatz im geschlossenen Regelkreis auch als System mit den Eingängen $\underline{y}(t)$ und $\underline{w}(t)$ und den Ausgängen $\underline{\hat{x}}(t)$ und $\underline{\hat{v}}(t)$ aufgebaut werden kann [10].

3.3 Frequenzbereichsdarstellung des Störbeobachters

In den Abschnitten 3.1 und 3.2 wurde die Tragfähigkeit des Ansatzes für einen Störbeobachter im Zeitbereich gezeigt.

Für den Frequenzbereichsentwurf von Zustandsregelungen mit Störgrößenkompensation erweist sich eine andere Darstellung des Störmodells als vorteilhaft. Sie soll im folgenden eingeführt werden. Darauf aufbauend kann dann gezeigt werden, welche Eigenschaft einen Zustandsregler mit Störbeobachter vom reinen Zustandsregler im geschlossenen Regelkreis unterscheidet.

Der p-dimensionale Störvektor $\underline{r}_e(t)$ ist die Lösung des homogenen Differentialgleichungssystems Gl. 3.1.1, das aus gekoppelten Differentialgleichungen 1. Ordnung besteht. Er läßt sich aber auch darstellen als die Lösung eines Differentialgleichungssystems höherer Ordnung gemäß

$$\underline{N}_{st} \left(\frac{d}{dt} \right) \underline{r}_e(t) = \underline{0} \quad (3.3.1)$$

mit den Anfangsbedingungen $\underline{r}_e(t) \Big|_{t=0}; \frac{d \underline{r}_e(t)}{dt} \Big|_{t=0}; \frac{d^2 \underline{r}_e(t)}{dt^2} \Big|_{t=0} \dots$

Die Differentialoperator-Matrix $\underline{N}_{st} \left(\frac{d}{dt} \right)$ hat p Zeilen und p Spalten. Durch Laplacetransformation von Gl. (3.3.1) erhält man

$$\underline{N}_{st}(s) \underline{r}_e(s) = \underline{r}_{eo}(s) \quad (3.3.2)$$

Dabei enthält der Vektor $\underline{r}_{eo}(s)$ Polynome in s, die sich aus den Anfangsbedingungen ergeben (Differentiationsregel der Laplace-Transformation). Somit können zwei äquivalente Beschreibungen für die Störung $\underline{r}_e(s)$ im Frequenzbereich angegeben werden. Aus Gl. 3.1.1 ermittelt man durch Laplacetransformation

$$\underline{r}_e(s) = \underline{C}_r(s\underline{I}-\underline{R})^{-1} \underline{v}(0) \quad (3.3.3)$$

und aus Gleichung (3.3.2)

$$\underline{r}_e(s) = \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{r}_{eo}(s) \quad (3.3.4)$$

Bei den weiteren Untersuchungen wird sich die Darstellung nach Gl.(3.3.4) als vorteilhaft erweisen.

Ziel der nun folgenden Untersuchung ist es festzustellen, welche zusätzliche Eigenschaft ein erweiterter Beobachter haben muß, damit er neben

der Zustandsbeobachtung für Störkompensation im geschlossenen Regelkreis sorgt. Dazu werden die Gleichungen des erweiterten Beobachters Laplace-transformiert. Da die gesuchte Eigenschaft von den Anfangsbedingungen und den Führungssignalen unabhängig sein muß, werden diese hier zu Null gesetzt. Aus (Gl. 3.2.4) erhält man

$$\underline{\hat{x}}(s) = (s\underline{I}_n - \underline{A} + \underline{D}\underline{C} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{D}\underline{y}(s) \quad (3.3.5)$$

und mit Gl. (3.1.3)

$$\underline{\hat{r}}_e(s) = \underline{C}_r (s\underline{I}_{n_s} - \underline{R})^{-1} \underline{D}_r (\underline{y}(s) - \underline{\hat{y}}(s)) \quad (3.3.6)$$

Diese beiden Gleichungen werden in die Rückführung (Gl. 3.2.1) eingesetzt ($w = 0$) und es ergibt sich

$$\begin{aligned} \underline{u}(s) = & - \{ \underline{K}(s\underline{I}_n - \underline{A} + \underline{D}\underline{C} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{D} + \\ & + \underline{C}_r (s\underline{I}_{n_s} - \underline{R})^{-1} \underline{D}_r [\underline{I}_m - \underline{C}(s\underline{I}_n - \underline{A} + \underline{D}\underline{C} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{D}] \} \underline{y}(s). \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

Die beobachtete Größe $\underline{\hat{r}}_e(s)$ in Gl. (3.3.6) ist die Ausgangsgröße des mit der Abweichung $\underline{y}(s) - \underline{\hat{y}}(s)$ angeregten Modells der Störung. Nach den Vorüberlegungen (vgl. Gl. 3.3.4) und [4] existiert deshalb für Gl.(3.3.6) auch die Darstellung

$$\underline{\hat{r}}_e(s) = \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{Z}_{st}(s) (\underline{y}(s) - \underline{\hat{y}}(s)) . \quad (3.3.8)$$

Damit kann nun für Gl. (3.3.7) geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \underline{u}(s) = & - \underline{N}_{st}^{-1}(s) \{ \underline{N}_{st}(s) \underline{K}(s\underline{I}_n - \underline{A} + \underline{D}\underline{C} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{D} + \\ & + \underline{Z}_{st}(s) [\underline{I}_m - \underline{C}(s\underline{I}_n - \underline{A} + \underline{D}\underline{C} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{D}] \} \underline{y}(s) . \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

Die Besonderheit des erweiterten Beobachters, der am Eingang der Strecke angreifende Störungen kompensieren kann, zeigt sich in dem Übertragungsverhalten des Reglers zwischen dem Eingang $\underline{y}$ und dem Stellvektor $\underline{u}$. Wie aus Gl. (3.3.9) zu ersehen ist, läßt sich ein Vorfaktor abspalten, der die Störmodellcharakteristik enthält.

Es muß nun geprüft werden, ob es genügt, lediglich die in Gl. (3.3.9) erkennbare Abspaltungsmöglichkeit beim Reglerentwurf vorzusehen, um

Störkompensation zu erzielen. Dazu wird die Reglerübertragungsmatrix allgemein angesetzt und die Auswirkung der oben genannten Bedingung auf das Störverhalten des geschlossenen Regelkreises untersucht.

Aus Gleichung (3.1.5) ermittelt man

$$\begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(s) \\ \underline{\hat{v}}(s) \end{pmatrix} = (s\underline{I} - \underline{\bar{F}})^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \underline{D} \\ \underline{D}_r \end{pmatrix} \underline{y}(s) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{u}(s) \right\}.$$

Durch Einsetzen in die Beziehung (vgl. Gl. 3.2.1)

$$\underline{\tilde{u}}(s) = (\underline{K} \quad \underline{C}_r) \begin{pmatrix} \underline{\hat{x}}(s) \\ \underline{\hat{v}}(s) \end{pmatrix} \quad (3.3.10)$$

erhält man

$$\underline{\tilde{u}}(s) = (\underline{K} \quad \underline{C}_r)(s\underline{I} - \underline{\bar{F}})^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} \underline{D} \\ \underline{D}_r \end{pmatrix} \underline{y}(s) + \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} \underline{u}(s) \right\}. \quad (3.3.11)$$

Analog zum Vorgehen von Abschnitt 1.4 wird für diese Gleichung angeschrieben

$$\underline{\tilde{u}}(s) = \underline{\Delta}_B^{-1}(s) \{ \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \underline{u}(s) \}, \quad (3.3.12)$$

wobei $\underline{\Delta}_B(s)$ entsprechend zu $\underline{\bar{F}}$ erweitert ist.

Da für $\underline{w} = \underline{0}$ gilt $\underline{u} = -\underline{\tilde{u}}$, ergibt sich

$$\underline{u}(s) = - \left[\underline{\Delta}_B(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) \right]^{-1} \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s). \quad (3.3.13)$$

Um die Forderung für Störkompensation nach (Gl. 3.3.9) zu erfüllen, wird dafür allgemein angesetzt:

$$\underline{u}(s) = - \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{N}_R^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{y}(s). \quad (3.3.14)$$

Die Ausgangsgröße $\underline{y}(s)$ erhält man aus der Beschreibung des Gesamtsystems (Gl. 3.2.2):

$$\underline{y}(s) = \underline{C}(s\underline{I} - \underline{A} + \underline{B}\underline{K})^{-1} \underline{B} \left\{ (\underline{K} \quad \underline{C}_r) (s\underline{I} - \underline{\bar{F}})^{-1} \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} + \underline{I} \right\} \underline{r}_e(s). \quad (3.3.15)$$

Um diese Gleichung zu vereinfachen, wird die Beziehung

$$(\underline{K} \quad \underline{C}_r)(s\underline{I} - \underline{\bar{F}})^{-1} \begin{pmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{pmatrix} = \underline{\Delta}_B^{-1}(s) \underline{Z}_{Ru}(s)$$

eingesetzt, die beim Übergang von Gl. (3.3.11) nach Gl. (3.3.12) definiert wurde und man erhält:

$$\underline{y}(s) = \underline{C}(\underline{sI} - \underline{A} + \underline{B} \underline{K})^{-1} \underline{B} \left[\underline{\Delta}_B^{-1}(s) \underline{Z}_{Ru}(s) + \underline{I} \right] \underline{r}_e(s) .$$

Nach dem Ausklammern von $\underline{\Delta}_B^{-1}(s)$ ergibt sich $\underline{y}(s)$ in Abhängigkeit von der Störung:

$$\underline{y}(s) = \underline{C}(\underline{sI} - \underline{A} + \underline{B} \underline{K})^{-1} \underline{B} \underline{\Delta}_B^{-1}(s) \left[\underline{Z}_{Ru}(s) + \underline{\Delta}_B(s) \right] \underline{r}_e(s) . \quad (3.3.16)$$

Aus dem Vergleich zwischen Gl. 3.3.13 und Gl. 3.3.14 erhält man die Bedingungsgleichung für Störkompensation

$$\underline{Z}_{Ru}(s) + \underline{\Delta}_B(s) = \underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) . \quad (3.3.17)$$

Diese wird zusammen mit den Beziehungen

$$\underline{C} (\underline{sI} - \underline{A} + \underline{B} \underline{K})^{-1} \underline{B} = \underline{Z}(s) \underline{\tilde{N}}^{-1}(s) \text{ (vgl. Gl. 2.1.6 und Gl. 2.4.22)}$$

und

$$\underline{r}_e(s) = \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{r}_{eo}(s) \quad (\text{vgl. Gl. 3.3.4})$$

in Gleichung 3.3.16 eingesetzt, die dadurch übergeht in

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \underline{\tilde{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}_B^{-1}(s) \underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{r}_{eo}(s) .$$

Nach dem Kürzen von $\underline{N}_{st}(s)$ erhält man

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \underline{\tilde{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}_B^{-1}(s) \underline{N}_R(s) \underline{r}_{eo}(s) . \quad (3.3.18)$$

An dieser Gleichung kann abgelesen werden, daß die Störauswirkung im Ausgang $\underline{y}$ asymptotisch abklingt, wenn im Führungsverhalten $(\underline{Z} \underline{\tilde{N}}^{-1})$ und im Beobachter $(\underline{\Delta}_B^{-1})$ nur stabile Eigenwerte enthalten sind. Dies wurde aber vorausgesetzt. Damit ist gezeigt, daß ein erweiterter Beobachter am Eingang anliegende Störungen kompensieren kann, wenn die Übertragungsmatrix des Reglers im geschlossenen Regelkreis von $\underline{y}$ nach $\underline{u}$ als Vorfaktor das Störmodell gemäß Gl. (3.3.9) bzw. Gl. (3.3.14) enthält. Die Dynamik wird bestimmt durch die Pole des Führungsverhaltens und die Beobachtereigenwerte.

Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem Aufbau eines klassischen Reglers, der sprungförmige oder langsam sich ändernde Störungen ausregelt, so

stellt man fest, daß dieser im Nenner seiner Übertragungsfunktion (von y nach u) ein s als Vorfaktor besitzt. Sprungförmige Störungen werden aber wie bereits erwähnt mit der Differentialgleichung

$$\frac{dr(t)}{dt} = 0 \quad \text{mit } r(0) = r_0$$

modelliert, aus der man nach Laplacetransformation

$$s r(s) = r_0$$

also

$$N_{st}(s) = s$$

erhält. Der Integralanteil inklassischen Reglern ist also als Störmodell für sprungförmige Störungen interpretierbar.

3.4 Beobachter reduzierter Ordnung zur Zustandsregelung und Störgrößenkompensation

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, daß ein erweiterter Beobachter zur Störkompensation geeignet ist, wenn er gewisse zusätzliche Bedingungen erfüllt. Ausgangspunkt war ein Einheitsbeobachter, der um das Modell der Störung erweitert wurde. Dadurch ergibt sich ein Regler der Ordnung $n + n_s$. Es stellt sich nun die Frage, ob man wie beim Beobachter reduzierter Ordnung (vgl. Abschn. 2.2) den Aufwand verringern kann. Es existieren dazu Ansätze [18,22], die schwer durchschaubar sind und zu aufwendigen Entwurfsverfahren führen. Nach den Erfahrungen mit dem Frequenzbereichsentwurf liegt es nahe, den erweiterten Beobachter im Frequenzbereich anzusetzen und die Zusatzbedingungen zu ermitteln, die zu Störkompensation führen. Die nötige Reglerordnung ergibt sich dann aus dem Ansatz, wenn die Kompensierbarkeit gegeben ist.

3.4.1 Zustandsregelung mit Störkompensation bei Mehrgrößensystemen (Frequenzbereich)

Störung am Eingang der Strecke

Aus dem Abschnitt 3.3 geht hervor, daß der um einen Störbeobachter erweiterte Zustandsregler eine zu Bild (2.5) analoge Darstellung erlaubt. In Bild 3.3 ist die Anordnung mit eingangsseitig angreifenden Störungen gezeigt.

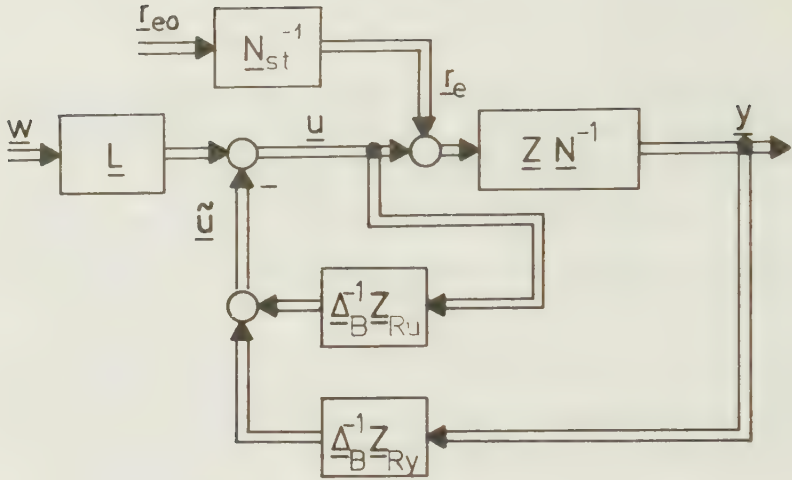


Bild 3.3: Zustandsregelkreis mit eingangsseitigen Störungen

Zur Kompensation von eingangsseitigen Störungen muß gefordert werden (vgl. Gl. 3.3.14), daß die Reglerübertragungsmatrix die Störcharakteristik als Vorfaktor besitzt. Dies bedeutet konkret, daß gelten muß:

$$\underline{\Delta}_B(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) = \underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) . \quad (3.4.1)$$

Um diese Bedingung in das Entwurfsverfahren für den Zustandsregler einbeziehen zu können, wird die Entwurfsgleichung (Gl. 2.4.19)

$$\underline{Z}_{Ru}(s) \underline{N}(s) + \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) = \underline{\Delta}(s) [\tilde{\underline{N}}(s) - \underline{N}(s)]$$

umgeschrieben und geht über in

$$[\underline{Z}_{Ru}(s) + \underline{\Delta}(s)] \underline{N}(s) + \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) = \underline{\Delta}(s) \tilde{\underline{N}}(s) . \quad (3.4.2)$$

Hierbei wurden p Einzelbeobachter der Ordnung $\nu-1$ zugrundegelegt, weshalb die Matrix $\underline{\Delta}_B(s)$ in eine Diagonalmatrix $\underline{\Delta}(s)$ überging. Dies wird auch bei der Zusatzbedingung von Gl. 3.4.1 berücksichtigt, die somit lautet

$$\underline{\Delta}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s) = \underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) . \quad (3.4.3)$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung lautet die Entwurfsgleichung

$$\underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) \underline{N}(s) + \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{Z}(s) = \underline{\Delta}(s) \tilde{\underline{N}}(s) . \quad (3.4.4)$$

Dabei sind $\underline{N}_R(s)$ und $\underline{Z}_{Ry}(s)$ die unbekannten Reglerpolynommatrizen, während $\underline{N}_{st}(s)$, $\underline{N}(s)$, $\underline{Z}(s)$, $\underline{\Delta}(s)$ und $\underline{\tilde{N}}(s)$ vorgegebene bzw. vorgebbare Polynommatrizen sind. Die ursprüngliche Struktur und das nötige $\underline{Z}_{Ru}(s)$ erhält man, indem man Gl. 3.4.3 verwendet. Ohne die eingebrachte Bedingung für Störkompensation (eingangsseitige Störungen) war das Gleichungssystem mit der Ordnung $(\nu-1)$ für jedes Polynom in der Diagonalen von $\underline{\Delta}(s)$ lösbar. Die zusätzlichen Bedingungen erfordern eine höhere Ordnung des Beobachters. Wie man zeigen kann, lassen sich die zusätzlichen Bedingungen erfüllen und es ergeben sich technisch realisierbare Regler (Zählergrad $\leq$ Nennergrad der Einzelübertragungsfunktionen), wenn die Einzelbeobachterpolynome in der Diagonalen von $\underline{\Delta}(s)$ mit der Ordnung $(\nu-1 + n_s)$ angesetzt werden.

Voraussetzung für die Lösbarkeit ist, daß eine Zustandsregelung ohne Störgrößenkompensation möglich ist. Für die Kompensierbarkeit der Störung ist erforderlich, daß die Störung am Ausgang beobachtbar ist (vgl. Gl. 3.1.7). Dies ist erfüllt, wenn die Polynommatrizen $\underline{N}_{st}(s)$, $\underline{N}(s)$ und $\underline{Z}(s)$ rechtsprim sind (vgl. Abschn. 2.4), denn die Auswirkung der Störung am Ausgang der Strecke ergibt sich zu

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) (\underline{N}_{st}(s) \quad \underline{N}(s))^{-1} \underline{r}_{eo}(s) \quad (3.4.5)$$

$$(\underline{w}(s) = \underline{0}).$$

Die Koeffizientenmatrix aus $\underline{N}_{st}(s)$, $\underline{N}(s)$ und $\underline{Z}(s)$ (vgl. Reglerentwurf ohne Störbeobachter in Abschn. 2.5), die zur Lösung von Gl. 3.4.4 aufgestellt wird, erhöht ihren Rang gegenüber der Entwurfsgleichung ohne Störbeobachter um $n_s + p \cdot n_s$, wodurch das erweiterte Problem lösbar wird.

Die entstehende Reglerordnung ergibt sich zu $p \cdot (\nu-1 + n_s)$. Dies bedeutet, daß es unter Umständen mit wesentlich geringerem Aufwand (Ordnung) als mit Einheitsbeobachter und Störbeobachter gelingt, Störkompensation zu erreichen. Allerdings wird auch hier nicht immer die minimale Ordnung erzielt, da man für jede Stellgröße einen reduzierten Beobachter einsetzt, um auf Regelungssysteme mit einheitlicher Struktur zu gelangen (vgl. hierzu Abschn. 2.4 und 2.7). Im übrigen kann man bei der Lösung von Gl. 3.4.4 so verfahren, wie es beim Reglerentwurf ohne Störkompensation geschildert wurde (vgl. Abschn. 2.5).

Störung am Ausgang der Strecke

Der bisher behandelte Fall, daß die Störung nur am Eingang der Strecke angreift, also als additive Überlagerung des Stellsignals dargestellt werden kann, ist ein einfach zu lösender Sonderfall. Hierbei gelingt es, nicht nur die Regelgrößen von der Störung zu befreien, sondern auch den gesamten Streckenzustand $\underline{x}$. Im allgemeinen greifen die Störungen irgendwo in der Strecke an und lassen sich nicht ohne weiteres auf den Eingang zurückrechnen. Eine Störfreiung des gesamten Streckenzustandes kann dann sicher nicht mehr erzielt werden, denn zur Unterdrückung einer direkt am Ausgang der Strecke überlagerten Störung muß der Systemzustand z.B. so geführt werden, daß die entsprechende Ausgangsgröße der Störung entgegenwirkt. Im folgenden sollen nun die Bedingungsgleichungen für die Reglerübertragungsmatrizen abgeleitet werden, die Störfreiung in diesem allgemeineren Fall sicherstellen.

Die irgendwo in die Strecke eingreifende Störung

$$\underline{r}(s) = \underline{N}_{st}^{-1}(s) \underline{r}_0(s)$$

wird an den Ausgang verlagert. Dadurch entsteht eine Beschreibung der Strecke gemäß

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \underline{N}^{-1}(s) \underline{u}(s) + \underline{F}_{sta}(s) \underline{r}_0(s) \quad . \quad (3.4.6)$$

In der am Ausgang additiv überlagerten Störung $\underline{r}_a(s) = \underline{F}_{sta}(s) \underline{r}_0(s)$ (in Komponenten) wird nur der beobachtbare Teil berücksichtigt, indem man eine prime Zerlegung (vgl. Abschn. 2.4)

$$\underline{F}_{sta}(s) = \underline{N}_{sta}^{-1}(s) \underline{Z}_{sta}(s) \quad (3.4.7)$$

oder

$$\underline{F}_{sta}(s) = \underline{\bar{Z}}_{sta}(s) \underline{\bar{N}}_{sta}^{-1}(s) \quad (3.4.8)$$

verwendet. Zusammen mit einem Zustands- und Störbeobachter stellt sich der zu untersuchende Regelkreis wie in Bild 3.4 gezeigt, dar.

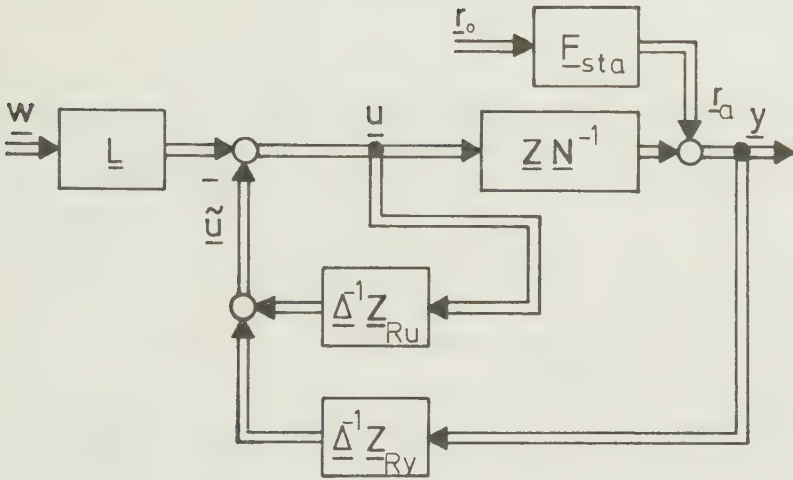


Bild 3.4: Zustandsregelkreis mit ausgangsseitiger Störung

Die Ausgangsgröße ergibt sich für $\underline{w} = \underline{0}$ unter Verwendung der Zustandsreglerentwurfsgleichung Gl. 2.4.24 zu

$$\underline{y}(s) = \left[\underline{I}_m - \underline{Z}(s) \tilde{\underline{N}}(s)^{-1} \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry}(s) \right] \underline{r}_a(s). \quad (3.4.9)$$

Der Ausgangsvektor $\underline{y}(s)$ sei so geordnet, daß die ersten p Komponenten die Regelgrößen darstellen, die unabhängig voneinander geregelt werden sollen (mit p Stellgrößen sind nur p Regelgrößen unabhängig beeinflussbar). Man erhält die Regelgrößen zu

$$\underline{y}_p(s) = \left[\underline{I}_p \quad \underline{0} - \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry}(s) \right] \underline{r}_a(s) \quad (3.4.10)$$

(Der Index p bei $\underline{Z}_p(s)$ soll bedeuten, daß nur die ersten p Zeilen von $\underline{Z}(s)$ verwendet werden). Der Regler soll nun so ausgelegt werden, daß in den p Regelgrößen die Auswirkung der Störung $\underline{r}_a(s)$ asymptotisch verschwindet. Die zusätzlich zum Führungsverhalten auftretenden Eigenbewegungen beim Einwirken von Störungen sind durch den notwendigen Zustands- und Störbeobachter bedingt. Man erhält deshalb zunächst aus Gl. 3.4.10

$$\underline{y}_p(s) = \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{L}^{-1}(s) \tilde{\underline{Z}}(s) \underline{r}_a(s) \quad (3.4.11)$$

und muß dann an $\tilde{\underline{Z}}$ gewisse Forderungen stellen. Da in $\tilde{\underline{Z}}(s)$ die Reglermatrix $\underline{Z}_{Ry}(s)$ enthalten ist,

$$\tilde{\underline{Z}}(s) = \left[\underline{\Delta}(s) \quad \tilde{\underline{N}}(s) \quad \underline{Z}_p^{-1}(s) \mid 0 \right] - \underline{Z}_{Ry}(s) \quad , \quad (3.4.12)$$

kann man den Versuch machen, in $\tilde{\underline{Z}}(s)$ die Störcharakteristik gemäß

$$\tilde{\underline{Z}}(s) = \underline{\bar{Z}}(s) \underline{N}_{sta}(s) \quad (3.4.13)$$

oder
$$\tilde{\underline{Z}}(s) \underline{\bar{Z}}_{sta}(s) = \underline{\bar{Z}}^*(s) \underline{\bar{N}}_{sta}(s) \quad (3.4.14)$$

einzubringen ($\underline{\bar{Z}}(s)$ und $\underline{\bar{Z}}^*(s)$ sind Polynommatrizen). Dadurch wird erreicht, daß für die Regelgrößen gilt

$$y_p(s) = \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}(s) \underline{N}_{sta}(s) \underline{N}_{sta}^{-1}(s) \underline{Z}_{sta}(s) r_o(s) \quad (3.4.15)$$

(bei der Zerlegung von $\underline{F}_{sta}$ gemäß Gl. 3.4.7)

oder
$$y_p(s) = \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}^*(s) \underline{\bar{N}}_{sta}(s) \underline{\bar{N}}_{sta}^{-1}(s) r_o(s) \quad (3.4.16)$$

(bei der Zerlegung von $\underline{F}_{sta}$ gemäß Gl. 3.4.8).

In beiden Fällen kann die Störcharakteristik herausgekürzt werden, so daß man nach dem Einschwingvorgang, der durch die Anfangsbedingungen des gedachten Störprozesses hervorgerufen wird, vollständige Störkompensation erreicht. Aus Gl. 3.4.15 bzw. Gl. 3.4.16 erhält man für die Störauswirkung in den Regelgrößen

$$y_p(s) = \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}(s) \underline{Z}_{sta}(s) r_o(s) \quad (3.4.18)$$

bzw.
$$y_p(s) = \underline{Z}_p(s) \tilde{\underline{N}}^{-1}(s) \underline{\Delta}^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}^*(s) r_o(s). \quad (3.4.18)$$

Es gilt nun, die Bedingungen von Gl. 3.4.13 und 3.4.14 näher zu durchleuchten. Zunächst wird Gl. 3.4.13 weiterverarbeitet. Setzt man Gl. 3.4.12 in die Bedingungsgleichung Gl. 3.4.13 ein, so erhält man

$$\left[\underline{\Delta}(s) \quad \tilde{\underline{N}}(s) \quad \underline{Z}_p^{-1}(s) \mid 0 \right] - \underline{Z}_{Ry}(s) = \underline{\bar{Z}}(s) \underline{N}_{sta}(s) \quad .$$

Nachdem von rechts mit $\underline{Z}_p(s)$ multipliziert wurde, kann man für die ersten p Spalten anschreiben:

$$\underline{\Delta}(s) \tilde{\underline{N}}(s) - \underline{Z}_{Ry p}(s) \underline{Z}_p(s) = \underline{\bar{Z}}(s) \underline{N}_{sta p}(s) \underline{Z}_p(s) \quad . \quad (3.4.19)$$

Dabei soll der Index p bei $\underline{Z}_{Ry}(s)$ und $\underline{N}_{sta}(s)$ andeuten, daß nur die ersten p Spalten verwendet werden. Aus der Gleichung geht dies auch hervor, da die Matrizenmultiplikation nur mit Matrizen passender Dimension möglich ist.

Für die restlichen $m-p$ Spalten lautet die Bedingung:

$$-\underline{Z}_{Ry(m-p)}(s) = \underline{\bar{Z}}(s) \underline{N}_{sta(m-p)} \quad (3.4.20)$$

Der Index $(m-p)$ deutet an, daß die letzten Spalten von $\underline{Z}_{Ry}(s)$ und $\underline{N}_{sta}(s)$ verwendet werden. Die Zustandsreglerentwurfsgleichung (Gl. 2.4.18) und die gerade hergeleiteten Bedingungen (Gl. 3.4.19 und Gl. 3.4.20) werden nun zu einem Gleichungssystem zusammengefaßt:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{Ru}(s) & \underline{Z}_{Ry p}(s) & \underline{Z}_{Ry(m-p)}(s) & \underline{\bar{Z}}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{N}(s) & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{Z}_p(s) & \underline{Z}_p(s) & \underline{0} \\ \underline{Z}_{(m-p)}(s) & \underline{0} & \underline{I}_{(m-p)} \\ \underline{0} & \underline{N}_{stap}(s)\underline{Z}_p(s) & \underline{N}_{sta(m-p)} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}'(s)(\underline{\tilde{N}}(s)-\underline{N}(s)) & \underline{\tilde{Z}}(s)\underline{\tilde{N}}(s) & \underline{0} \end{bmatrix}, \quad (3.4.21)$$

in dem $\underline{Z}_{Ru}(s)$, $\underline{Z}_{Ry p}(s)$, $\underline{Z}_{Ry(m-p)}(s)$ und $\underline{\bar{Z}}(s)$ unbekannte und alle anderen Matrizen bekannte oder $\underline{N}_{sta(m-p)}$ vorgegebene Polynommatrizen sind.

Läßt sich dieses Gleichungssystem Gl. (3.4.21) lösen, so wird zum einen erreicht, daß das entstehende Regelungssystem die Eigenschaften besitzt, die einen Zustandsregelkreis mit Beobachter auszeichnen:

Beobachterpole können nicht von der Führungsgröße $\underline{w}$ aus angeregt werden, und Beobachtungsfehler klingen asymptotisch ab (Voraussetzung: Eigenwerte des Beobachters stabil). Zum anderen wird erreicht, daß Störungen $\underline{r}$, die irgendwo in der Strecke angreifen, nur einen vorübergehenden Einfluß auf die Regelgrößen ausüben. Der Einfluß wird um so schneller abgebaut, je schneller der Beobachter ist, d.h. je kleiner die Realteile der Beobachtereigenwerte sind.

Die Lösbarkeit hängt von verschiedenen Dingen ab. Zunächst muß vorausgesetzt werden, daß eine Zustandsregelung ohne Störgrößenkompensation mög-

lich ist. Weiterhin muß die Ordnung der Beobachterpolynome in $\underline{\hat{L}}(s)$ erhöht werden, um das Störmodell unterbringen zu können. Nicht zuletzt muß es möglich sein, von der Stellgröße $\underline{u}$ aus, den Störungen entgegenzuwirken. Dazu muß die Strecke bezüglich der Störcharakteristik und des Störeingriffs bestimmte Voraussetzungen erfüllen. Bei Eingrößensystemen läuft das darauf hinaus, daß in dem Streckenabschnitt zwischen Stellgröße und Störeingriff keine Nullstellen liegen, die eine Steuerbewegung gegen die Störung verhindern.

Das aus der Entwurfsgleichung 3.4.21 entstehende Regelungssystem weist gewisse Ähnlichkeiten mit dem von DAVISON[22] angegebenen auf. Die dort aufgeführten Kompensationsbedingungen gelten im hier dargestellten Fall entsprechend. Es bietet sich allerdings wie beim Reglerentwurf ohne Störkompensation der pragmatische Weg an, das Gleichungssystem Gl. 3.4.21 in Form eines Koeffizientenvergleichs anzuschreiben und die Lösbarkeit des entstehenden linearen Gleichungssystems mit konventionellen Mitteln zu prüfen. Die notwendige Ordnung ergibt sich dann durch sukzessives Erhöhen der Beobachterordnung. Ein Abbruch kann dann erfolgen, wenn die Ordnung der einzelnen Beobachterpolynome in $\underline{\hat{\Delta}}(s)$ die Zahl $(\nu - 1 + n_s)$ übersteigt, denn dann ist offensichtlich eine Kompensierbarkeitsbedingung nicht erfüllt.

Es gibt Fälle, in denen der soeben dargestellte Weg nicht zum Erfolg führt. Speziell bei den Regelungen, bei denen einzelne Regelgrößen nicht gleichzeitig Meßgrößen sind, muß man versuchen, mit der Bedingungsgleichung Gl. 3.4.14 weiterzukommen. Ausführlich geschrieben lautet sie

$$\left\{ \left[\underline{\hat{\Delta}}(s) \quad \tilde{N}(s) \quad \underline{Z}_p^{-1}(s) \quad 0 \right] - \underline{Z}_{Ry}(s) \right\} \underline{\bar{Z}}_{sta}(s) = \underline{\bar{Z}}^*(s) \underline{\bar{N}}_{sta}(s). \quad (3.4.22)$$

Hier muß man offensichtlich die Matrix

$$\underline{Z}_p^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}_{sta p}(s)$$

in eine Darstellung

$$\underline{Z}_p^{-1}(s) \underline{\bar{Z}}_{sta p}(s) = \underline{R}(s) \underline{Q}^{-1}(s) \quad (3.4.23)$$

umformen. Damit erhält man aus Gl. 3.4.22

$$\underline{\hat{\Delta}}(s) \tilde{N}(s) \underline{R}(s) - \underline{Z}_{Ry}(s) \underline{\bar{Z}}_{sta}(s) \underline{Q}(s) = \underline{\bar{Z}}^*(s) \underline{\bar{N}}_{sta}(s) \underline{Q}(s). \quad (3.4.24)$$

In dieser Form läßt sie sich mit der Reglerentwurfsgleichung zusammenfassen zu

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{Ru}(s) & \underline{Z}_{Ry}(s) & \underline{\bar{Z}}^*(s) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \\ \underline{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{0} \\ \underline{\bar{Z}}_{sta}(s) \underline{Q}(s) \\ \underline{N}_{sta}(s) \underline{Q}(s) \end{pmatrix} =$$

$$= \left[\underline{\dot{L}}(s) [\underline{\tilde{N}}(s) - \underline{N}(s)]^T \underline{\dot{L}}(s) \underline{\tilde{N}}(s) \underline{R}(s) \right]. \quad (3.4.25)$$

Die Umformung nach Gl. 3.4.23 ist bei Mehrgrößensystemen etwas umständlich, aber die Rechenoperationen sind dieselben, die man zur Faktorisierung von Übertragungsmatrizen ohnehin benötigt. Bei Eingrößensystemen ($p = 1$) ist sie unproblematisch, denn dann ist $\underline{Z}_p(s)$ ein Skalar und damit ist die Umformung von Gl. 3.4.23 trivial, denn es gilt

$$\underline{R}(s) = \underline{Z}_{stap}(s).$$

Die Lösung von Gl. 3.4.25 wird wiederum durch Anschreiben des Koeffizientenvergleichs in Form eines linearen Gleichungssystems durchgeführt und daraus auch die nötige Beobachterordnung ermittelt. Der Unterschied zu dem Entwurf nach Gl. 3.4.21 besteht darin, daß offensichtlich der Eingriffsort der Störung in die Strecke stärker berücksichtigt wird. Dies verdeutlicht die Tatsache, daß bei eingangsseitigen Störungen $\underline{Z}_{sta}(s) = \underline{Z}(s)$ wird (vgl. Gl. 3.4.5). Dann geht dieser Entwurf (Gl. 3.4.25) direkt in den einfacheren nach Gl. 3.4.4 über.

3.4.2 Vereinfachungen bei Eingrößensystemen

Im vorangegangenen Abschnitt wurden die Entwurfsgleichungen für Regelsysteme abgeleitet, die Zustandsregelung und Störgrößenkompensation bei Mehrgrößensystemen erlauben; dies schließt den Eingrößenfall ein. Hier sollen die Vereinfachungen dargestellt werden, die sich bei Eingrößensystemen ($p = 1 \hat{=}$ ein Stelleingang) ergeben, da diese einen überwiegenden Anteil der Anwendungsfälle ausmachen. Die Strecke wird durch einen Vektor von Übertragungsfunktionen beschrieben, dessen gemeinsames Hauptnennerpolynom $N(s)$ ist:

$$\underline{F}(s) = \begin{pmatrix} Z_1(s) \\ Z_2(s) \\ \vdots \\ Z_m(s) \end{pmatrix} \frac{1}{N(s)}.$$

Entsprechend ist $\tilde{N}(s)$ ein Polynom und der Vorfaktor L , mit dem die statische Regelabweichung für das Führungsverhalten zu Null gemacht wird, eine Zahl. Für den Regler ergibt sich ein Vektor von Übertragungsfunktionen mit dem gemeinsamen Hauptnenner $\Delta(s)$

$$\underline{F}_{Ry}(s) = \frac{1}{\Delta(s)} \{ Z_{R1}(s) \ Z_{R2}(s) \ \dots \ Z_{Rm}(s) \}$$

$$F_{Ru}(s) = \frac{Z_{Ru}(s)}{\Delta(s)} \ .$$

Eingangsseitige Störungen können durch das Polynom $N_{st}(s)$ beschrieben werden und es gilt:

$$r_e(s) = \frac{r_{e0}(s)}{N_{st}(s)} \ .$$

Weiterhin ist nur eine Regelgröße vorhanden, so daß $Z_p(s)$ ein Polynom wird. Damit ist, wie bereits erwähnt, die Umformung nach Gl. 3.4.23

$$\underline{Z}_p^{-1}(s) \ \underline{Z}_{stap}(s) = \underline{R}(s) \ \underline{Q}^{-1}(s)$$

sehr einfach, denn es gilt $Q(s) = Z_p(s)$ und $\underline{R}(s) = \underline{Z}_{stap}(s)$. Durch diese Vereinfachungen ergeben sich beim Reglerentwurf kleinere Matrizen; die Gleichungen sind, durch die Matrizenschreibweise bedingt, jedoch unverändert.

In vielen Fällen reicht bei Regelstrecken mit einer Stellgröße eine einfachere Zusatzbedingung für Störgrößenkompensation aus, als sie in Gleichung 3.4.21 und Gl. 3.4.25 angegeben ist. Aus Gl. 3.4.20 liest man ab, daß in allen Reglern, die nicht die Regelgröße als Eingang haben, im Zähler die entsprechende Störcharakteristik enthalten ist. Damit wird erreicht, daß diese Störanteile nicht auf den Eingang der Strecke zurückwirken können. Dann kann man aber die weitere Betrachtung bezüglich der Störung, die sich auf die Regelgröße (bei Eingrößensystemen nur eine Regelgröße) auswirken, wie bei einem System mit einem Eingang und einem Ausgang durchführen. Zur Kompensation von Störungen genügt es dann offensichtlich, in den Nenner der Übertragungsfunktion von der Regelgröße bis zur Stellgröße u das Störmodell unterzubringen, wie bei Störungen, die am Eingang der Strecke angreifen. Damit ergibt sich das Entwurfsverfahren wie bei eingangsseitigen Störungen (Gl. 3.4.4). Für das Polynom $N_{st}(s)$ ist

$\det \underline{N}_{st}(s)$ (vgl. Abschn. 3.4.1) einzusetzen, und als Zusatzbedingung wird in allen Zählerpolynomen der Regler, die nicht die Regelgröße als Eingang besitzen, $\det \underline{N}_{st}(s)$ als Faktor vorgesehen. Die Entwurfsgleichung lautet also dann

$$(\underline{N}_R(s) \underline{Z}_{Ry}^T(s)) \begin{pmatrix} \det \underline{N}_{st}(s) \underline{N}(s) \\ \underline{Z}(s) \end{pmatrix} = \underline{\Delta}(s) \tilde{\underline{N}}(s) \quad (3.4.26)$$

und die Zustandsbedingung hat die Form

$$\underline{Z}_{Ri}(s) = \bar{\underline{Z}}_{Ri}(s) \det \underline{N}_{st}(s), \quad i \neq k, \quad (3.4.27)$$

wobei k die Nummer der Regelgröße ist.

3.5 Beispiele

3.5.1 Beispiel für eingangsseitige Störungen

Für die Strecke, die schon im ersten Beispiel (Abschn. 2.6) geregelt wurde, soll ein Zustandsregler berechnet werden, der auch sprungförmige Störungen am Eingang der Strecke ausregelt. Die Strecke hat die Übertragungsmatrix

$$\underline{F}(s) = \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^2 & 0 \\ 1 & -s+1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Es soll durch die Regelung eine Führungsübertragungsmatrix

$$\tilde{\underline{F}}(s) = \begin{pmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^2+2s+2 & 0 \\ -(s+1) & -(s+1) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

entstehen. Für den Störvektor $\underline{r}_e(s)$ gilt

$$\begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{e1}(s) \\ r_{e2}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{e01} \\ r_{e02} \end{pmatrix}$$

Die Störung besteht also aus Sprungfunktionen der Höhe r_{e01} und r_{e02} . Mit diesem Störmodell ergibt sich

$$\begin{aligned} \underline{N}_{st}(s) \underline{N}(s) &= \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s^2 & 0 \\ 1 & -s+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s^3 & 0 \\ s & -s^2+s \end{pmatrix} \\ &= s^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + s^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aus dem ersten Beispiel kann man ableiten, daß $\nu = 2$ ist. Da in jeder Stellgröße jeweils nur eine Störung mit einem Modell erster Ordnung zu kompensieren ist, kommt man mit Beobachtern zweiter Ordnung aus und wählt

$$\underline{\Delta}(s) = \begin{pmatrix} (s+10)^2 & 0 \\ 0 & (s+10)^2 \end{pmatrix}.$$

Man kann nun das Gleichungssystem 3.4.4 mit diesen Angaben in Form eines Koeffizientenvergleichs anschreiben:

$$\begin{pmatrix} \underline{N}_{R1} & \underline{N}_{R0} & \underline{Z}_{Ry2} & \underline{Z}_{Ry1} & \underline{Z}_{Ry0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{array} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & 20 & 0 & 100 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 20 & 0 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \end{array} \end{pmatrix}.$$

Daraus ermittelt man (nicht eindeutig)

$$(\underline{\Delta}(s) + \underline{Z}_{Ru}(s)) = \underline{N}_R(s) \underline{N}_{st}(s) = \begin{pmatrix} s(s-80) & 0 \\ 0 & s(s+1) \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\underline{Z}_{Ru}(s) = \begin{pmatrix} -100(s+1) & 0 \\ 0 & -(19s+100) \end{pmatrix}$$

und

$$\underline{Z}_{Ry}(s) = \begin{pmatrix} 102s^2+40s+200 & 0 \\ -s^2 & -(21s^2+121s+100) \end{pmatrix}.$$

Damit kann ein Regler realisiert werden, der die Ordnung 4 besitzt. Er besteht aus zwei getrennten Teilsystemen 2. Ordnung, die beispielsweise in Beobachternormalform direkt realisiert werden können. Bei einem Beobachter der Ordnung $(n-m)$ hätte man Verkopplungen zwischen beiden Reglern

vornehmen müssen, um damit auf die Ordnung $(n-m+n_s) = 3$ zu kommen. Bei Verwendung eines Einheitsbeobachters (vgl. Abschn. 3.1) kommt man auf die Ordnung $n+n_s = 5$, wobei der Berechnungsaufwand ähnlich gering ist wie hier. Die Realisierung wird aber ebenso vermascht sein, wie bei einem Beobachter der Ordnung $n-m$.

3.5.2 Beispiel für eine innerhalb der Strecke angreifende Störung (vgl. Bild 3.5)

In Abschnitt 5.2.4 wird die Regelung einer fremderregten Gleichstrommaschine mit Zustandsreglern in Kaskadenschaltung in einem Beispiel behandelt. Dort hat der Drehzahlregler eine ankerstromgeregelter Strecke mit dem Übertragungsvektor

$$\underline{F}(s) = \begin{pmatrix} \frac{i_A(s)}{u_A(s)} \\ \frac{n(s)}{u_A(s)} \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + a_{oi}s} \begin{pmatrix} s a_{oi} \\ \frac{a_{oi}}{T_M} \end{pmatrix}$$

zu regeln (man beachte, daß die zweite Ausgangsgröße Regelgröße ist). Es soll das Führungsverhalten bezüglich der Drehzahl n gemäß

$$\frac{n(s)}{w(s)} = \tilde{F}_n(s) = \frac{1}{s^2 + a_{1n}s + a_{on}} \frac{a_{oi}}{T_M} \frac{T_M a_{on}}{a_{oi}}$$

entstehen. Außerdem greift eine sprungförmige Laststörung an, die mit $\frac{dr(t)}{dt} = 0; r(t=0) = r_0$ modelliert wird (vgl. Bild 3.5). Gemäß Gleichung 3.4.7 ergibt sich die ausgangsseitige Störung zu

$$\underline{r}_a(s) = N_{sta}^{-1}(s) Z_{sta}(s) r_0(s) \\ = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & s^2 T_M \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} r_0(s)$$

Die Strecke ist 2. Ordnung und hat zwei Ausgänge, so daß sich $\nu-1 \leq n-m = 0$ ergibt. Das Störmodell war mit 1. Ordnung angesetzt, so daß mit einem Beobachter 1. Ordnung ($\Delta(s) = s+b$) das lineare Gleichungssystem nach Gl. 3.4.21 angesetzt werden kann. Es wird $\underline{N}_{stap}(s) \underline{Z}_p(s)$ im voraus berechnet:

$$\underline{N}_{stap}(s) \underline{Z}_p(s) = \begin{pmatrix} 0 \\ s^2 a_{oi} \end{pmatrix},$$

womit man erhält:

$$(Z_{Ru0} \quad Z_{Ry1}^1 \quad Z_{Ry1}^2 \quad Z_{Ry0}^1 \quad Z_{Ry0}^2 \quad \bar{Z}_1^1 \quad \bar{Z}_1^2 \quad \bar{Z}_0^1 \quad \bar{Z}_0^2)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & a_{oi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{oi} & a_{oi}^0 & 0 & 0 & 0 & a_{oi}^0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{a_{oi}^0}{T_M} & 0 & 0 & 0 & \frac{a_{oi}^0}{T_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{oi}^0 & a_{oi}^0 & 0 & 0 & 0 & a_{oi}^0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{a_{oi}^0}{T_M} & 0 & 0 & 0 & \frac{a_{oi}^0}{T_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{oi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{oi} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= (1 \ b) \begin{pmatrix} 0 & (a_{1n} - a_{oi}) & a_{on} & 0 & 1 & a_{1n} & a_{on} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (a_{1n} - a_{oi}) & a_{on} & 0 & 1 & a_{1n} & a_{on} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(Die hochgestellte Zahl gibt die Nummer der Regler an).

Man stellt fest, daß ein Koeffizient wählbar ist. Mit $Z_{Ru0} = -b$ erzielt man

$$\Delta(s) + Z_{Ru}(s) = s,$$

wodurch gleichzeitig auch eingangsseitige sprungförmige Störungen kompensiert werden können (vgl. Gl. 3.4.3).

Man erhält schließlich:

$$Z_{Ry}(s) = \left\{ \left(\frac{a_{1n} + b}{a_{oi}} - 1 \right) s + \frac{T_M}{a_{oi}} \left[s(a_{on} + b a_{1n}) + a_{on} b \right] \right\}$$

$$Z_{Ru}(s) = -b$$

$$\bar{Z}(s) = \left\{ \left(1 - \frac{a_{1n} + b}{a_{oi}} \right) s + \frac{1}{a_{oi}} s + \frac{a_{1n} + b}{a_{oi}} \right\}$$

Mit dem vereinfachten Verfahren von Abschnitt 3.4.2 für Strecken mit einem Eingang erhält man

$$\det N_{st}(s) = s$$

und damit das Gleichungssystem 3.4.26

$$\begin{pmatrix} N_{Ro} & Z_{Ry1}^1 & Z_{Ry1}^2 & Z_{Ryo}^1 & Z_{Ryo}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a_{oi} & 0 & 0 \\ 0 & a_{oi} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_M} & 0 \\ 0 & 0 & a_{oi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_M} \end{pmatrix} = (1 \ b) \begin{pmatrix} 1 & a_{1n} & a_{on} & 0 \\ 0 & 1 & a_{1n} & a_{on} \end{pmatrix}.$$

Durch die Wahl von $Z_{Ryo}^1 = 0$ erzielt man, daß die Zusatzbedingung $Z_{Ry}^1(s) = s \bar{Z}_{Ry}^1(s)$ (vgl. Gl. 3.4.27) erfüllt wird. Dann liefert dieses Gleichungssystem dieselbe Lösung wie vorher.

Die Rückführgröße $\tilde{u}(s)$ ist demnach aus

$$\tilde{u}(s) = \frac{1}{s+b} \left\{ -b u(s) + \frac{T_M}{a_{oi}} [s(a_{on} + b a_{1n}) + a_{on} b] y_2(s) + \left(\frac{a_{1n} + b}{a_{oi}} - 1 \right) s y_1(s) \right\}$$

zu gewinnen. Eine Analogrechnerschaltung zur Simulation von Strecke und Regler ist in Bild 3.5 zu sehen. Führungs- und Störübergänge sind in Bild 3.6 aufgezeichnet.

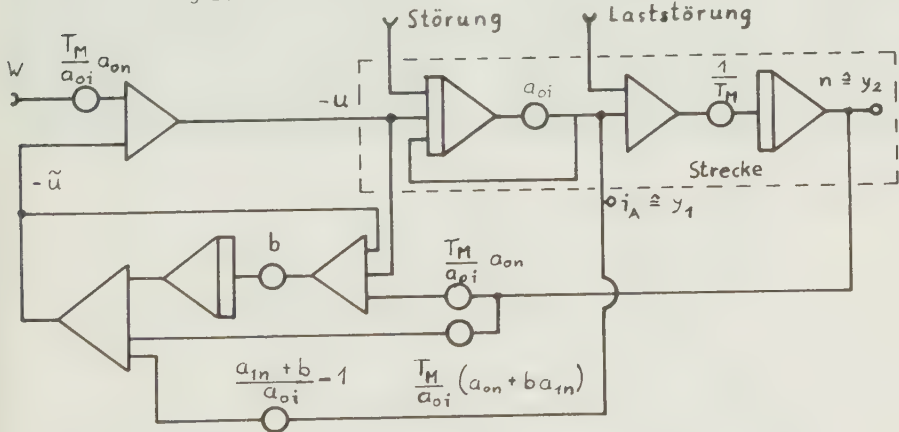


Bild 3.5: Analogrechnerschaltung zur Simulation des Regelkreises zu Beispiel 3.5.2

Aus der Analogrechnerschaltung erkennt man, daß die Abweichung

$$\frac{T_M a_{on}}{a_{oi}} b (n - w)$$

im Regler aufintegriert wird, denn die Rückkopplungen des Integrierers heben sich auf. Dies hat zur Folge, daß man bei allen konstanten Störungen, die in die Strecke eingreifen, Störfreiung erreicht, wie dies auch bei der klassischen Regelung durch den Integralanteil im Regler erfolgt. Dadurch wird auch sichergestellt, daß bei Veränderung der Streckenkoeffizienten die statische Genauigkeit eingehalten wird, solange der Regelkreis nur stabil bleibt.

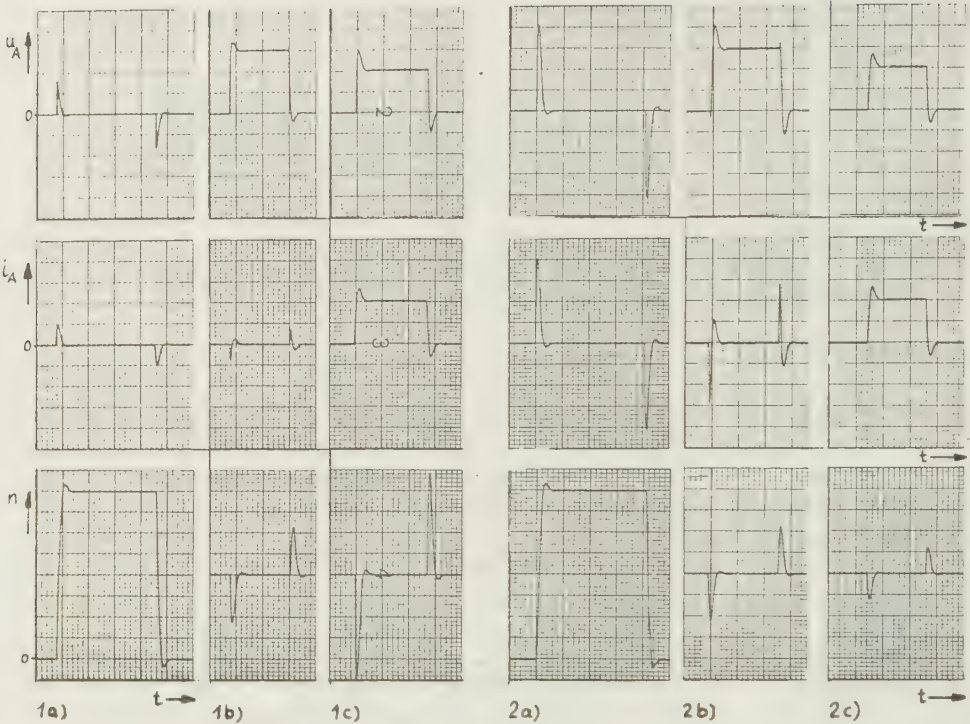


Bild 3.6: Übergangsfunktionen zu Beispiel 3.5.2

1) $T_M = 50\text{ms}$; $a_{oi} = 20$; $\tilde{N}(s) = s^2 + 20s + 200$

2) $T_M = 200\text{ms}$; $a_{oi} = 80$; $\tilde{N}(s) = s^2 + 20s + 200$

- a) Führungsübergang; b) sprungförmige Störung am Eingang;
c) sprungförmige Laststörung

3.5.3 Beispiel für sinusförmige Störungen

An einem sehr einfachen Beispiel soll auch der Fall sinusförmiger Störungen behandelt werden. Dieses Beispiel wird im Zusammenhang mit den Stellgrößenbegrenzungen wieder Verwendung finden. Eine Strecke erster Ordnung werde am Eingang mit einem sinusförmigen, nicht meßbaren Signal gestört. Ein Zustandsregler mit Störbeobachter soll diese Störungen kompensieren und gleichzeitig den Pol der Strecke verschieben.

Gegeben sind

die Streckenübertragungsfunktion $F(s) = \frac{v}{s+a}$

die Differentialgleichung $\frac{d^2}{dt^2} r_e(t) + \omega_0^2 r_e(t) = 0$

der Störung

und die Führungsübertragungsfunktion

$$\text{des geschlossenen Regelkreises } \tilde{F}(s) = \frac{v}{s+b} \cdot \frac{b}{v} .$$

Daraus läßt sich der Faktor $L = \frac{b}{v}$ ablesen.

Bei reiner Zustandsregelung kommt man ohne Beobachter aus, da die Ausgangsgröße als Zustandsgröße der Strecke 1. Ordnung definiert werden kann. Für die Störbeobachtung wird dagegen ein Beobachter 2. Ordnung benötigt. Aus der Differentialgleichung für die Störung ermittelt man

$$N_{st}(s) = (s^2 + \omega_o^2)$$

und damit

$$N_{st}(s) N(s) = s^3 + as^2 + \omega_o^2 + a\omega_o^2 .$$

Für den Beobachter wird das Polynom

$$\Delta(s) = s^2 + \mathcal{J}_1 s + \mathcal{J}_0$$

gewählt. Nun kann der Koeffizientenvergleich (Gl. 3.4.4) zur Berechnung der Reglerkoeffizienten durchgeführt werden:

$$(N_{Ro} \ Z_{Ry2} \ Z_{Ry1} \ Z_{Ry0}) \begin{pmatrix} 1 & a & \omega_o^2 & a\omega_o^2 \\ 0 & v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v \end{pmatrix} = (1 \ \mathcal{J}_1 \ \mathcal{J}_0) \begin{pmatrix} 1 & b & 0 & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \end{pmatrix} .$$

Daraus ergibt sich

$$N_{Ro} = 1; \quad Z_{Ry2} = \frac{1}{v} (b + \mathcal{J}_1 - a) ;$$

$$Z_{Ry1} = \frac{1}{v} [\mathcal{J}_1 b + \mathcal{J}_0 - \omega_o^2]$$

$$Z_{Ry0} = \frac{1}{v} [\mathcal{J}_0 b - a\omega_o^2] .$$

Zur Realisierung des Reglers wird $Z_{Ru}(s)$ benötigt (vgl. z.B. Bild 3.4)

$$\begin{aligned} Z_{Ru}(s) &= N_R(s) N_{st}(s) - \Delta(s) \\ &= -\mathcal{J}_1 s + (\omega_o^2 - \mathcal{J}_0) . \end{aligned}$$

Die Simulation dieses Beispiels wurde am Analogrechner durchgeführt mit Hilfe der in Bild 3.7 gezeigten Analogrechenschaltung. Es wurden die Werte

$$a = 1; \omega_0 = 1\text{sec}^{-1}; v = 1;$$

$$b = 2; \Delta(s) = s^2 + 10s + 25 = (s+5)^2,$$

$$\text{ sowie } b = 5; \Delta(s) = s^2 + 20s + 100 = (s+10)^2$$

verwendet. Die geregelte Strecke hatte demnach einen Pol bei $s = -2$ bzw. $s = -5$ und der Störbeobachter einen Doppelpol bei $s = -5$ bzw. $s = -10$.

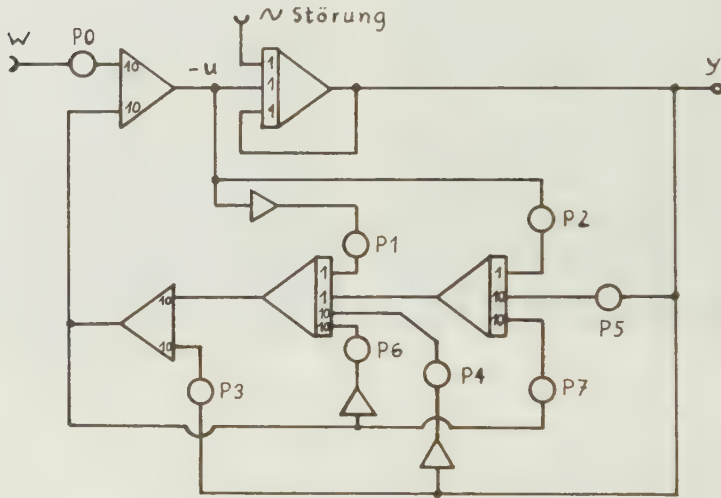


Bild 3.7: Analogrechenschaltung zu dem Beispiel 3.5.3

P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	b	Beobachter- doppelpol bei
$L/10$	$\frac{Z_{Ru1}}{100}$	$\frac{Z_{Ru0}}{100}$	$\frac{Z_{Ry2}}{100}$	$\frac{Z_{Ry1}}{1000}$	$\frac{Z_{Ry0}}{1000}$	$\frac{d_1}{100}$	$\frac{d_0}{100}$		
.2	.1	.24	.11	.044	.049	.1	.25	2	$s = -5$
.5	.2	.99	.24	.199	.499	.2	1.	5	$s = -10$

Tabelle 3.1: Einstellwerte für die Analogrechenschaltung von Bild 3.7

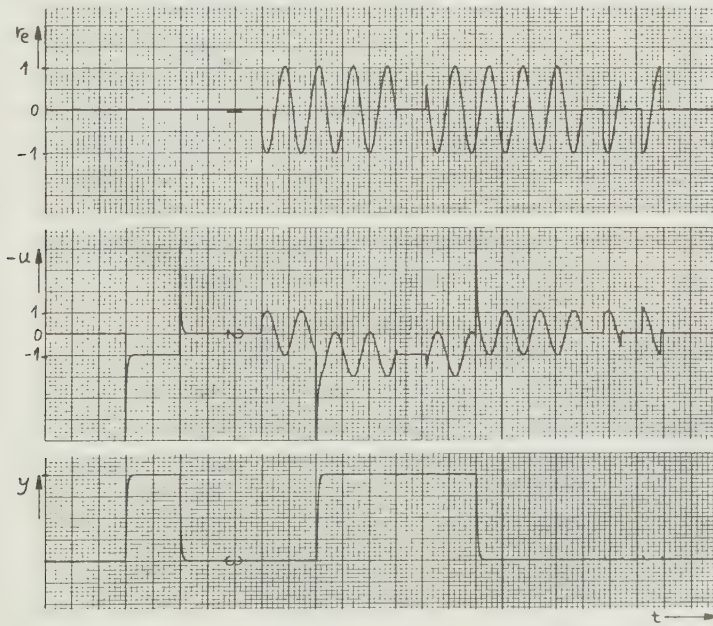
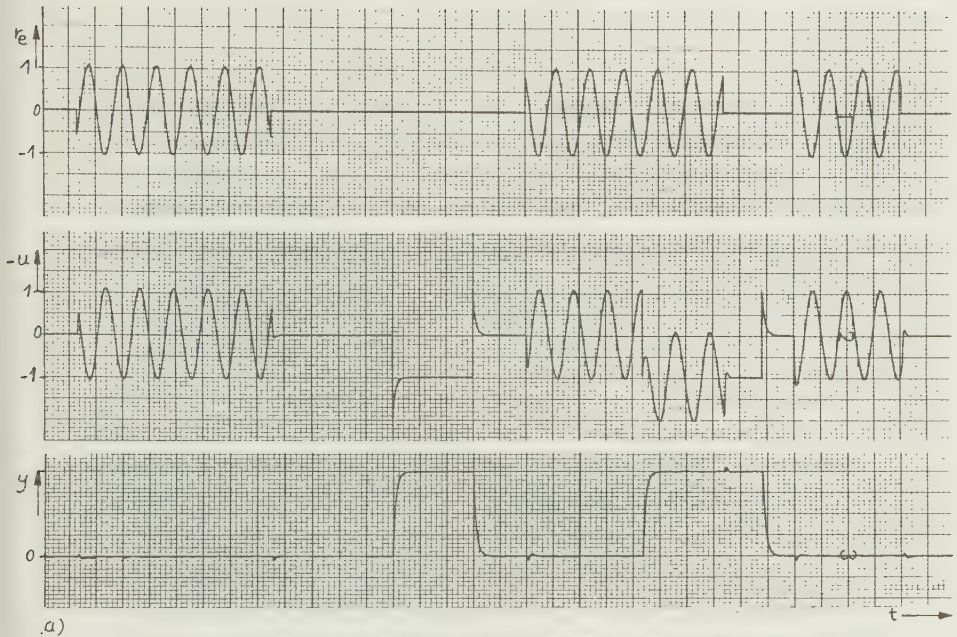


Bild 3.8: Signalverläufe zu Beispiel 3.5.3

a) Langsame Regelung: $b = 2$; $\Delta(s) = (s+5)^2$

b) Schnelle Regelung: $b = 5$; $\Delta(s) = (s+10)^2$

In Bild 3.8 sind einige Betriebszustände für den entworfenen Regelkreis gezeigt. Man erkennt, daß die Stellgröße nach kurzer Einschwingdauer (je nach Schnelligkeit des Beobachters) dem Störsignal amplituden- und phasenrichtig entgegenwirkt. Dies wird auch beibehalten, wenn zwischenzeitlich ein Führungsübergang durchgeführt wird (Beobachtungsfehler von w aus nicht steuerbar). Beim Ausschalten der Sinusstörung tritt genau wie beim Einschalten ein Einschwingvorgang auf. Die Form des Einschwingvorgangs der Regelgröße ähnelt derjenigen, die von der PI-Regelung bei sprungförmigen Störungen bekannt ist.

3.6 Verschiedene Gesichtspunkte beim Entwurf von Zustandsregelungen unter Berücksichtigung von Störeinflüssen

Voraussetzung für die dargestellte Methode der Störgrößenkompensation ist die Kenntnis der Differentialgleichung, in deren Lösungsvielfalt die zu erwartenden Störungen enthalten sind. Wirkt sich beispielsweise die Netzfrequenz der Energieversorgung störend auf das Regelergebnis aus, so kann man das Störmodell 2. Ordnung mit der bekannten Störfrequenz sehr genau konstruieren. Auch bei der Regelung eines schienengebundenen Magnetschwebefahrzeugs kann die Störung aufgrund des Schienendurchgangs zwischen den Stützen und der Fahrtgeschwindigkeit durch ein Sinusmodell mit der Grundschiwingung leicht angenähert werden. Häufig treten jedoch Störungen auf, für die keine Differentialgleichung gefunden wird, oder die nur mit Modellen höherer Ordnung nachzubilden sind, wodurch der Realisierungsaufwand im Regler erheblich steigt.

Ein einfacher Ausweg besteht darin, die Störung durch eine Stufenfunktion zu approximieren. Dann kann ein Störbeobachter für sprungförmige Störungen bei ausreichender Schnelligkeit des Beobachters die Störung näherungsweise kompensieren. Schnelle Beobachter bewirken aber hohe Verstärkungsfaktoren im Regler, so daß diese Methode nur für langsam sich ändernde Störungen anwendbar ist. Der Integralanteil bei konventionellen Reglern stellt ein solches Störmodell dar.

Bei hochfrequenten Störungen versagt der Integralanteil bei der Störgrößenkompensation. Man kann dann ohne Festlegung irgend eines Störmodells die Beobachterordnung erhöhen und mit den dadurch gewonnenen Frei-

heitsgraden den Störfrequenzgang des geschlossenen Kreises beeinflussen. Man verändert den Amplitudengang so, daß in dem Frequenzbereich, in dem die Störung zu erwarten ist, möglichst große Amplitudenabsenkung erreicht wird.

Eine weitere Möglichkeit, die besonders zur Unterdrückung des Meßbrauschens geeignet ist, besteht darin, einen Einheitsbeobachter einzusetzen, dessen Eigenwerte mit Hilfe der KALMAN'schen Optimal-Filtertheorie festgelegt werden.

Die in herkömmlichen Regelungskonzepten übliche Tiefpaßglättung von Meßsignalen läßt sich in einfacher Weise in dem Reglerentwurf integrieren. Man erhöht die Beobachterordnung um die gewünschte Tiefpaßordnung und stellt sicher, daß der Zählergrad der Reglerübertragungsfunktionen entsprechend niedriger ist als der Nennergrad. Damit werden alle Meßgrößen einer Tiefpaßfilterung unterzogen.

Die hier nur kurz angedeuteten Möglichkeiten zeigen, daß durch den Übergang in den Frequenzbereich die Handhabung des Zustandsregelungskonzeptes wesentlich flexibler wird. Es lassen sich bekannte Frequenzbereichsüberlegungen in das neue Konzept einbeziehen und dadurch die Anwendungsbeispiele erweitern. Bei der Beurteilung des Regelkreisverhaltens ist allerdings oft die Anschaulichkeit hilfreich, die die Zeitbereichsdarstellung bietet. Dies wird in den folgenden Abschnitten noch deutlich.

4 ZUSTANDSREGELUNG BEI BEGRENZTEN STELLGRÖßEN

In Abschnitt 2 wurde festgestellt, daß mit Hilfe der Zustandsrückführung die Dynamik einer steuerbaren Strecke theoretisch beliebig beeinflussbar ist. Dies ist in der Praxis nur in begrenztem Umfang möglich.

Will man den Übergangsvorgang der ungeregelten Strecke beschleunigen, so muß man mit hohen Stellamplituden dafür sorgen, daß die Änderung der Regelgröße entsprechend schnell vor sich geht. Nichts anderes geschieht, wenn ein Regler die Bildung des geeigneten Stellsignals bei einem Übergangsvorgang übernimmt. Vorübergehend werden sehr große Stell-signale an den Streckeneingang gelegt, die der Regler dann zurücknimmt, wenn die Regelgröße in die Nähe des Sollwertes gelangt. Die Überhöhung der Stell-signale ist um so größer, je schneller der Übergangsvorgang ablaufen soll. Dem steht entgegen, daß mit realen Stellgliedern meist nur begrenzte Stellamplituden möglich sind. Sobald aber das vom Reglerausgang gelieferte Signal durch das Stellglied nicht mehr entsprechend umgesetzt werden kann, gelten die bisher gemachten Aussagen nicht mehr, denn es besteht ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Regler- und Stellgliederausgang. Entsprechende Beobachtungen macht man auch bei Weitbereichsübergängen und bei Anfahrvorgängen, bei denen das Stellglied aufgrund der großen Regelabweichung lange Zeit nur den maximal möglichen Stellwert liefert.

Im folgenden Abschnitt wird deshalb untersucht und an Beispielen demonstriert, welchen Einfluß Stellgrößenbegrenzungen auf das dynamische Verhalten von Regelkreisen haben, wenn man Zustandsregler einsetzt (Abschnitt 4.1, 4.3).

Aus den Erkenntnissen werden schaltungstechnische Vorschläge (Abschn. 4.2) und ein Entwurfskriterium abgeleitet (Abschn. 4.4), mit denen es gelingt, auch bei begrenzten Stellgrößen Zustandsregelkreise mit gutem Übergangsverhalten zu dimensionieren.

4.1 Regelkreisverhalten bei begrenzter Stellgröße ohne Beobachter

Zunächst wird das Regelkreisverhalten für den Fall untersucht, daß der Systemzustand $\underline{x}(t)$ gemessen werden kann und das Stellglied zeitweilig seine Anschläge berührt. Zur Vereinfachung der Überlegungen wird die Begrenzungseigenschaft des Stellgliedes durch einen idealen Begrenzer dargestellt, der vor dem Streckeneingang liegt, während der Rest der Strecke linear sei. Wie auch in Bild 4.1 dargestellt, werden nur Strecken mit einem Stelleingang untersucht.

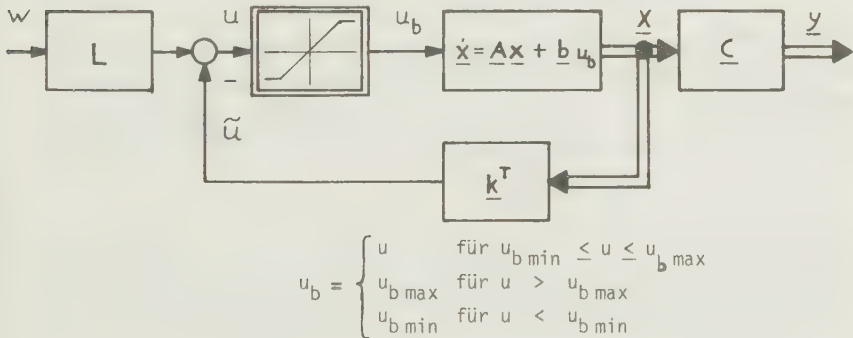


Bild 4.1: Regelkreis mit Zustandsregler und begrenzendem Stellglied

Bei der Beurteilung dieses Regelkreises hat man zwei Konfigurationen zu unterscheiden. Der Kreis arbeitet linear, solange $u(t)$ innerhalb der Schranken liegt. Dann wird er durch die Vektordifferentialgleichung

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= (\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T) \underline{x}(t) + \underline{b} \underline{L} w(t) \\ y(t) &= \underline{C} \underline{x}(t) \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

beschrieben. Übersteigt $u(t)$ diese Maximalwerte, so liegt ein konstantes Eingangssignal an, und die Rückführung

$$u(t) = \underline{k}^T \underline{x}(t)$$

ist ohne zusätzlichen Einfluß. Das Systemverhalten wird in diesem Fall durch die Vektordifferentialgleichung der unregulierten Strecke beschrieben.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{A} \underline{x}(t) + \underline{b} u_b \\ y(t) &= \underline{C} \underline{x}(t) \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

mit $u_b = u_{b \max}$ bzw. $u_b = u_{b \min}$.

Der Verlauf von $\underline{x}(t)$ errechnet sich, während ein konstantes Eingangssignal u_b anliegt, zu

$$\begin{aligned}\underline{x}(t) &= e^{\underline{A}(t-t_0)} \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\underline{A}(t-\tau)} \underline{b} u_b d\tau \\ &= e^{\underline{A}(t-t_0)} \underline{x}(t_0) - \underline{A}^{-1} (I - e^{\underline{A}(t-t_0)}) \underline{b} u_b\end{aligned}\quad (4.1.3)$$

für $t_0 \leq t \leq t_{ab}$ und det $\underline{A} \neq 0$.

Zum Zeitpunkt t_{ab} erreicht das Eingangssignal des Begrenzers $u(t)$ den Extremwert und gelangt in dessen Linearbereich. Damit kann der Ablösezeitpunkt z.B. von der oberen Begrenzung bei konstanter Führungsgröße $w(t) = w_0 = \text{konst.}$ aus der Gleichung

$$\begin{aligned}u(t_{ab}) &= u_{b \max} \\ &= -\underline{k}^T \underline{x}(t_{ab}) + L w_0\end{aligned}\quad (4.1.4)$$

errechnet werden. Nach diesem Zeitpunkt erhält man den Verlauf des Streckenzustandes $\underline{x}(t)$ aus Gl. 4.1.1 zu

$$\underline{x}(t) = e^{(\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T)(t-t_{ab})} \underline{x}(t_{ab}) + \int_{t_{ab}}^t e^{(\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T)(t-\tau)} \underline{b} L w(\tau) d\tau \quad (4.1.5)$$

für $t_{ab} \leq t \leq t_b$.

Dabei gibt t_b den Zeitpunkt an, zu dem wiederum der Maximalwert oder der Minimalwert erreicht wird. Welcher Extremwert wann angenommen wird, oder ob der weitere Verlauf von $u(t)$ sich innerhalb der Begrenzungen abspielt, hängt von so vielen Parametern ab ($\underline{A}$, $\underline{k}^T$, t_{ab} , $u_{b \max}$, $u_{b \min}$, w_0 , $\underline{x}(t_{ab})$), daß es aussichtslos erscheint, daraus allgemeingültige Aussagen zu ermitteln.

Lediglich für den Fall, daß kein Begrenzungswert mehr angenommen wird, ist die Beziehung 4.1.5 für konstantes $w(t) = w_0$ leicht auswertbar. Sie gibt an, wie das Einlaufen in den stationären Endwert nach dem letzten Ablösen erfolgt.

Aus Gleichung 4.1.1 erhält man mit $w(t) = w_0 \cdot 1(t)$

$$\begin{aligned} \underline{x}_\infty &= \underline{x}(t \rightarrow \infty) \\ &= -(\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T)^{-1} \underline{b} L w_0, \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

indem man $\underline{x}(t \rightarrow \infty) = \underline{x}_\infty$ einsetzt, falls ein stationärer Endwert existiert. Für die Abweichung

$$\underline{g}(t) = \underline{x}_\infty - \underline{x}(t)$$

erhält man nach dem letzten Ablösen aus Gl. 4.1.1 die Differentialgleichung

$$\begin{aligned} -\dot{\underline{g}}(t) &= (\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T) (\underline{x}_\infty - \underline{g}(t)) + \underline{b} L w_0 \\ &= (\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T) \{ -(\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T)^{-1} \underline{b} L w_0 - \underline{g}(t) \} + \underline{b} L w_0. \end{aligned}$$

Daraus folgt die homogene Differentialgleichung

$$\dot{\underline{g}}(t) = (\underline{A} - \underline{b} \underline{k}^T) \underline{g}(t) \quad \text{für } t > t_{ab}, \quad (4.1.7)$$

deren Lösung von der Abweichung $\underline{x}_\infty - \underline{x}(t_{ab})$ zum Ablösezeitpunkt abhängt. Die Dynamik des Einlaufens wird durch die Eigenwerte des geregelten Systems bestimmt. Es ist also zu erwarten, daß bei gut gedämpftem Verhalten des geregelten Systems auch das Einlaufen in den Endwert nach dem letzten Ablösen von der Begrenzung gut gedämpft erfolgt. Man muß aber beachten, daß zuvor mehrmaliges Umschalten zwischen linearem Kreis und "offener" Strecke erfolgen kann. Dadurch kommt es wie in Beispiel 4.3.3 zu langandauernden nichtlinearen Schwingungen oder sogar zu Grenzyklen, bei denen kein stationärer Endwert erreicht wird (Beispiel 4.3.4).

4.2 Regelkreisverhalten bei begrenzter Stellgröße mit Beobachter

In den meisten Fällen wird ein Beobachter benötigt, um die Rückführung $u(t)$ zu bilden, da selten alle Zustandsgrößen gemessen werden können. Die hier besprochenen linearen Beobachter benötigen als Information die Eingangsgröße des Linearteils der Strecke. Nur wenn diese Größe am Eingang des Beobachters zur Verfügung steht, wird von der Stellgröße $u(t)$ und der Führungsgröße $w(t)$ aus kein Beobachtungsfehler erzeugt. Liegt aber, wie in Bild 4.1 gezeigt, ein begrenzendes Stellglied am Strecken-

eingang, so ist das Signal $u(t)$ nur im Linearbereich des Stellgliedes identisch mit der Eingangsgröße des Linearteils $u_b(t)$. Es ist offensichtlich, daß es zu Beobachtungsfehlern kommt, wenn man $u(t)$ in den Beobachter einspeist (Bild 4.2).

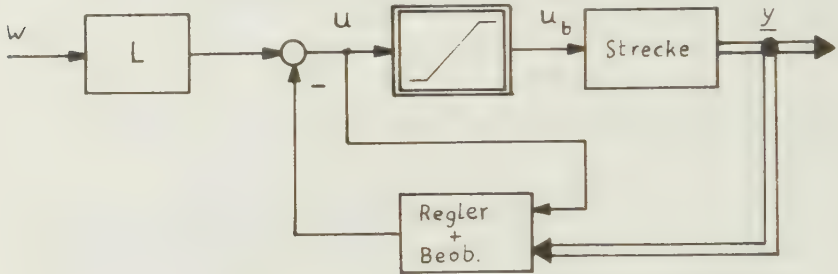


Bild 4.2: Zustandsregelkreis mit Stellgrößenbegrenzung und falscher Ansteuerung des Beobachters

Sobald $u(t)$ die Begrenzungswerte überschreitet, wird dem Beobachter ein dem Betrag nach zu großes Eingangssignal der Strecke vorgetäuscht. Dies hat zur Folge, daß $\hat{x}(t)$ im Beobachter sich schneller ändert als $x(t)$, so daß der Ablösezeitpunkt t_{ab} aus Gl. 4.1.4 verschoben wird. Die Abweichung zwischen $\underline{x}$ und $\hat{\underline{x}}$ ist umso geringer, je schneller der Beobachter ist, da die Beobachterzustände über die Abweichung zwischen Streckenausgang $\underline{y}$ und Beobachteraussgang $\hat{\underline{y}}$ nachgeführt werden.

Erhebliche Veränderungen der Ablösezeitpunkte können eintreten, wenn man einen Störbeobachter in den Regler einbezieht. Dieser versucht, durch den Beobachtungsfehler veranlaßt, der vermeintlichen Störung entgegenzuwirken. Da wegen der Stellbegrenzung keine Verringerung der "Störauswirkung" möglich ist, wird der Störbeobachter immer stärker angeregt. Einerseits verschiebt sich dadurch der Ablösezeitpunkt vollständig und andererseits muß der Störbeobachter, nachdem das Stellglied wieder linear arbeitet, "beruhigt" werden, denn es liegt keine "Störung" mehr vor.

In den Beispielen 4.3.1 und 4.3.2 werden die beschriebenen Effekte deutlich erkennbar.

Aus den bisherigen Überlegungen ist klar, daß die geschilderten Probleme beseitigt werden, wenn man den Beobachter mit dem Signal $u_b(t)$ ansteuert. Dann entsteht, während das Stellglied am Anschlag ist, kein Beobachtungsfehler und nach dem richtigen Ablösen ist kein Einschwingen des Beobachters zu erwarten.

Sind keine Störungen vorhanden und/oder etwaige Beobachtungsfehler abgeklungen, werden sich die Führungsübergänge nicht von denen bei Messung aller Zustandsgrößen unterscheiden. Darüber hinaus werden Störungen von dem Störbeobachter exakt beobachtet, auch wenn das Stellglied sich am Anschlag befindet. Dadurch kann die Störgrößenaufschaltung ständig in richtiger Weise erfolgen, also auch sofort ohne Verzögerung nach dem Ablösen von der Begrenzung. Damit wird insbesondere ein unproblematisches Anfahren einer Anlage möglich, ohne daß aufwendige Zusatzmaßnahmen nötig sind, die zu großes Überschwingen beim Erreichen des Arbeitspunktes verhindern.

Sehr häufig ist u_b für eine Messung unzugänglich. Deshalb muß diese Größe geeignet nachgebildet werden. In Bild 4.3 sind dazu zwei Möglichkeiten gezeigt (siehe auch [24], [37]).

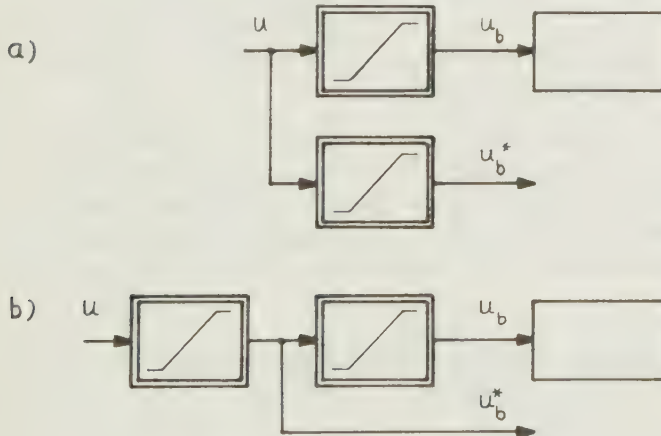


Bild 4.3: Nachbilden der Eingangsgröße des Linearteils u_b durch
a) parallel geschalteten Begrenzer
b) vorgeschalteten Begrenzer, der verhindert, daß das Eingangssignal des begrenzenden Stellgliedes die Begrenzungswerte übersteigt.

Der Lösungsvorschlag von Bild 4.3a ist auch für andere nichtlineare Stellglieder anwendbar. Beide Nachbildungsmöglichkeiten haben den Vorteil, daß die Größe u_b auf demselben Energieniveau wie das Signal $u(t)$ liegt, während bei der direkten Messung ein Meßwandler benötigt wird, der das im allgemeinen auf hohem Energieniveau befindliche u_b in eine dem Regler angepaßte Form umsetzen muß.

4.3 Beispiele zum Regelkreisverhalten bei Stellgrößenbegrenzung

Anhand einiger Beispiele sollen die Erläuterungen des Abschnitts 4.1 und 4.2 verdeutlicht werden. Es sind dabei zwei verschiedene Effekte zu unterscheiden. Im ersten und zweiten Beispiel (4.3.1 und 4.3.2) wird demonstriert, wie sich Beobachtungsfehler, die beim Berühren der Anschläge entstehen, im Übergangsverhalten auswirken. Die Verbesserung, die man durch richtige Ansteuerung des Beobachters erzielt, wird sehr deutlich. Den zweiten Effekt veranschaulichen die beiden anderen Beispiele (4.3.3 und 4.3.4): Soll der Regelkreis sehr schnelle Übergänge ausführen, so kommt es auch ohne Beobachtungsfehler aufgrund der Stellsignalbegrenzungen zu unerwünschter Schwingneigung des Regelkreises.

4.3.1 Regelkreis mit Beobachter für sinusförmige Störungen bei begrenzter Stellgröße

Hier wird das Beispiel aus Abschnitt 3.5.3 fortgeführt. Es handelt sich um eine Strecke 1. Ordnung, die mit einem Zustandsregler geregelt wird, der am Eingang der Strecke angreifende sinusförmige Störungen einer bestimmten Frequenz kompensieren kann. Durch Vorschalten eines Begrenzers vor die Strecke wird das begrenzende Stellorgan simuliert (vgl. Bild 4.4 und Bild 4.3).

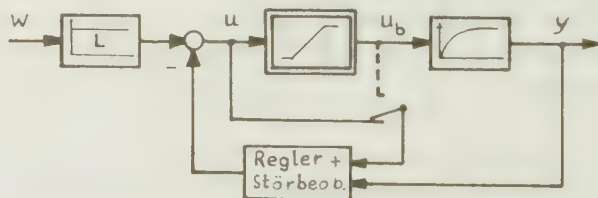


Bild 4.4: Regelkreis mit Störbeobachter und begrenzter Stellgröße. Gestrichelt eingezeichnet: verbesserte Ansteuerung des Beobachters.

In Bild 4.5 sind Führungsübergänge aufgezeichnet, bei denen das Stellglied vorübergehend einen Anschlag berührt. Die Übergangsfunktionen von Bild 4.5a entstehen, wenn die Ansteuerung des Beobachters durch das unbegrenzte Eingangssignal u der Strecke erfolgt. Deutlich erkennt man im Stellsignalverlauf das Abklingen der Sinusschwingung, die im Störbeobachter aufgrund des Beobachtungsfehlers während der Begrenzung entstanden ist. Dieser Stellsignalverlauf hat natürlich ein starkes Über- und Unterschwingen der Regelgröße zur Folge.

Keinen Beobachtereinfluß bemerkt man dagegen in Bild 4.5b, das bei Ansteuerung des Beobachters mit dem begrenzten Stellsignal der Strecke u_b entsteht.

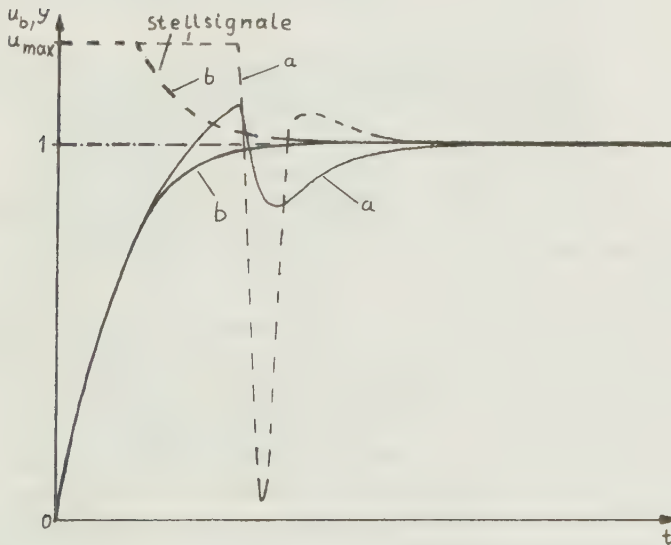


Bild 4.5: Führungsübergangsfunktionen zum Beispiel 4.3.1

- a) Beobachteransteuerung durch u
- b) Beobachteransteuerung durch u_b

4.3.2 Regelkreis mit Beobachter für sprungförmige Störungen bei Stellgrößenbegrenzung

Auch dieses Beispiel wurde ohne Stellgrößenbegrenzung schon in Abschnitt 3.5 behandelt. Zur Ausregelung des Drehzahlseinbruchs, der bei Belastung des ankerregelten Gleichstromantriebes entsteht, wurde der Drehzahlregler mit einem Beobachter für sprungförmige Störungen versehen. Der Eingang der Strecke wird nun begrenzt (Ankerstrombegrenzung vgl. Abschn. 5) und ein relativ großer Sollwertsprung aufgeschaltet. Der Regelkreis ist in Bild 4.6 aufgezeichnet.

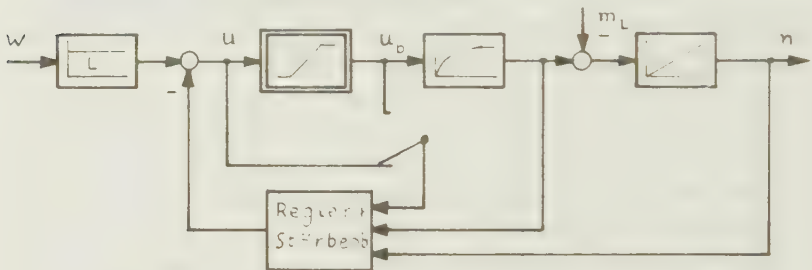


Bild 4.6: Drehzahlregelkreis mit Beobachter für sprungförmige Störungen

Die große Regelabweichung führt dazu, daß das Stellsignal sofort den Maximalwert annimmt und einige Zeit beibehält. Der Drehzahlverlauf ist in diesem Bereich bestimmt durch das Verhalten der offenen Strecke, das einem $I-T_1$ -Verhalten entspricht. Erst nach dem Ablösen vom Begrenzungswert arbeitet der Kreis wieder linear. Erfolgt das Zurücknehmen der Stellgröße zu spät, dann führt dies zu großem Überschwingen der Regelgröße, wodurch der Regler beim Gegensteuern an die negative Begrenzung gelangt. In umgekehrter Richtung wiederholt sich dieser Vorgang. Das Stellsignal nimmt wechselweise die Extremwerte an, bis die Regelabweichung so klein ist, daß das Ausregeln im Linearbereich des Stellgliedes erfolgen kann. Das geschilderte Verhalten zeigt Bild 4.7a.

Ähnliche Beobachtungen macht man bei konventionellen Regelungen mit I, PI und PID-Reglern, wenn keine Zusatzmaßnahmen das Hochintegrieren des I-Anteils während der Stellgrößenbeschränkung verhindern. Ursache für

das verspätete Ablösen ist hier wiederum das Störmodell, das aufgrund der falschen Ansteuerung des Beobachters mit dem unbegrenzten Stellsignal angeregt wird. Bild 4.7b zeigt die Verbesserung, wenn dem Beobachter das begrenzte Stellsignal zugeführt wird. Zum Vergleich ist in Bild 4.7c das Verhalten ohne Begrenzung aufgezeichnet. Durch die Einschränkung des Stellsignals wird der Übergangsvorgang zwar langsamer, aber das Einlaufen in den Sollwert erfolgt mit annähernd gleicher Dynamik wie im unbegrenzten Fall.

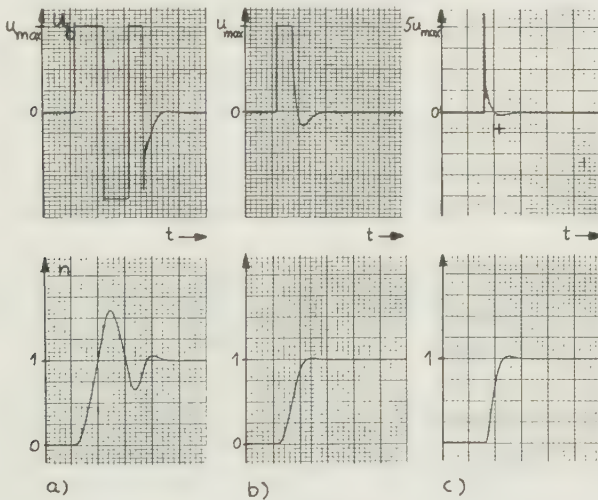


Bild 4.7: Führungsübergangsfunktionen zum Regelkreis nach Bild 4.6.

$$(m_L = 0)$$

- a) Beobachter durch u angesteuert
- b) Beobachter durch u_b angesteuert
- c) ohne Begrenzung

4.3.3 Regelkreis dritter Ordnung mit vollständiger Zustandsrückführung und Stellsignalbegrenzung

In diesem Beispiel wird der Einfluß der Stellgrößenbegrenzung auf das Übergangsverhalten des Regelkreises gezeigt, wenn durch die Regelung sehr schnelles Übergangsverhalten des Regelkreises erzielt werden soll. Die Strecke hat die Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

Durch Zustandsrückführung wird eine Führungsübertragungsfunktion für den Linearbereich

$$\tilde{F}(s) = \frac{a^3}{(s+a)^3} \quad \text{mit } a = 3; 6; 9$$

erzeugt. In Bild 4.8 ist die Analogrechenschaltung aufgezeichnet, und in Tabelle 4.1 sind die Einstellwerte für die Potentiometer angegeben.

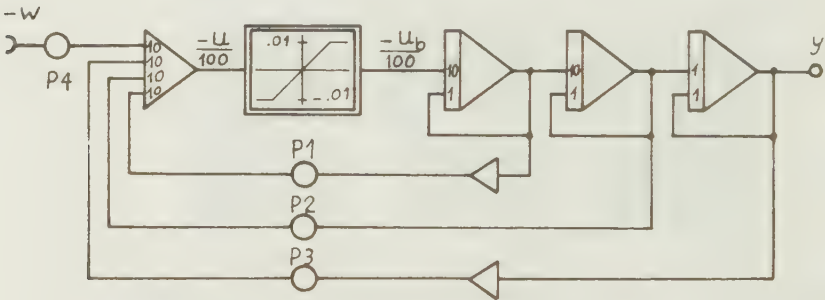


Bild 4.8: Analogrechenschaltung zum Beispiel 4.3.3

a	P1	P2	P3	P4
3	.06	.012	.008	.0135
6	.15	.075	.125	.108
9	.24	.192	.512	.3645

Tabelle 4.1: Einstellwerte für die Potentiometer in Bild 4.8

Für die drei Fälle sind in Bild 4.9 sowohl Stellsignal- als auch Regelgrößenverlauf aufgezeichnet. Als Sprunghöhe wurde $0,5 u_{b \max}$ verwendet.

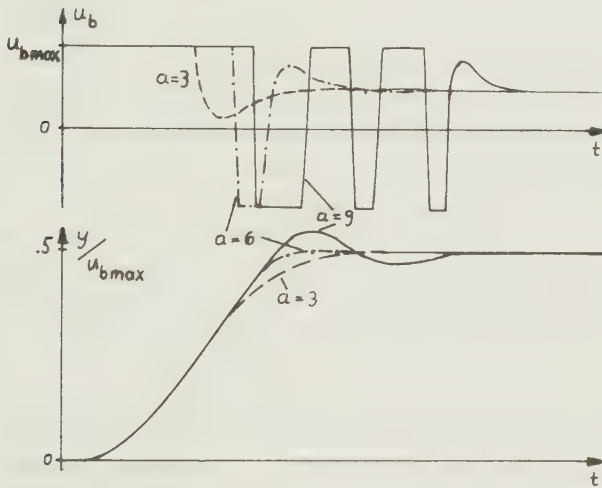


Bild 4.9: Übergangsfunktionen zu Beispiel 4.3.3

- a) Regelgröße
- b) Stellgröße

Ähnlich wie bei den vorangegangenen Beispielen nimmt die Stellgröße aufgrund der großen Regelabweichung zunächst für eine Zeitdauer den Maximalwert an. Daraus resultiert der Anfangsverlauf der Regelgröße, der mit der Sprungantwort der unregelmäßigten Strecke bei einem Eingangssprung von $u_{\max}$ übereinstimmt. Je schneller der geschlossene Regelkreis ist, umso später wird das Stellsignal zurückgenommen. Dies führt bei $a = 6$ dazu, daß die Stellgröße nach dem Ablösen den negativen Begrenzungswert annimmt und erst danach voll im Linearbereich bleibt. Wird der Regelkreis noch schneller gemacht ($a = 9$), so führt dies bei großen Führungssprüngen zu mehrmaligem Hin- und Herschalten der Stellgröße zwischen Maximal- und Minimalwert. Die Folge davon ist ein länger andauerndes Schwingen der Regelgröße.

Diese Neigung des Regelkreises, lang andauernde nichtlineare Schwingungen auszuführen, nimmt also mit wachsender Schnelligkeit des Regelkreises zu. Es kann sogar zu Dauerschwingungen kommen, was im folgenden Beispiel gezeigt wird.

4.3.4 Regelkreis 4. Ordnung mit vollständiger Zustandsrückführung und Stellsignalbegrenzung

Dieses Beispiel soll demonstrieren, daß es zu nichtlinearen Dauerschwingungen kommen kann, wenn die Stellgröße begrenzt ist. Die Regelstrecke hat die Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s^2+0,2s+1)}$$

und durch die Zustandsrückführung soll die Führungsübertragungsfunktion

$$\tilde{F}(s) = \frac{\alpha^4}{s^4 + 2,1\alpha s^3 + 3,4\alpha^2 s^2 + 2,7\alpha^3 s + \alpha^4} \text{ mit } \alpha = 3$$

erzielt werden. Das Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises ist ein Standardpolynom nach GRAHAM und LATHROP [25 oder 26], das im Linearbereich gut gedämpftes Übergangsverhalten sicherstellt. Mit Hilfe einer Analogrechnersimulation (Schaltung analog zu der in Bild 4.8) wird ein Sprung der Führungsgröße von $0,5 u_{b\max}$ nach 0 durchgeführt. Der sich ergebende Stellsignal- und Regelgrößenverlauf bei begrenzter Stellgröße ist in Bild 4.10 aufgezeichnet.

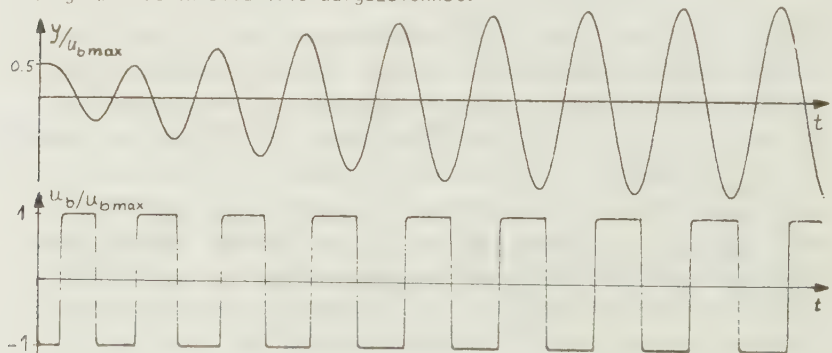


Bild 4.10: Übergangsfunktionen zu Beispiel 4.3.4

- a) Regelgröße
- b) Stellgröße

Der Regelkreis führt Schwingungen aus, die sich in Frequenz und Amplitude zu einem Grenzyklus stabilisieren.

4.4 Ein Entwurfskriterium für Regelkreise mit Stellgrößenbegrenzung

Wie in Abschnitt 4.2 und in den Beispielen 4.3.1 und 4.3.2 gezeigt, gelingt es, die Ansteuerung des Beobachters im Regelkreis so zu gestalten, daß beim Berühren der Stellgliedanschläge kein Beobachtungsfehler entsteht. Dadurch wird insbesondere vermieden, daß ein vorhandener Störbeobachter (vielfach Integralanteil) angeregt wird, obwohl keine kompensierbare Störung vorliegt. Die Beispiele 4.3.3 und 4.3.4 verdeutlichen aber eine weitere ungünstige Eigenschaft von Regelkreisen mit Stellamplitudenbegrenzung. Sobald die Regelabweichung so groß ist, daß die Anschläge des Stellgliedes erreicht werden, neigen sehr schnelle Regelkreise zu Schwingungen.

Im folgenden Abschnitt wird diese Tatsache näher untersucht und daraus ein Kriterium für den Reglerentwurf bei Stellgrößenbegrenzung entwickelt. Die Beschränkung auf Strecken mit einer Stellgröße macht es möglich, Untersuchungsmethoden aus der klassischen Regelungstheorie zur Beurteilung von Zustandsregelkreisen bei Stellgrößenbegrenzung heranzuziehen. Außerdem sind die nachfolgenden Überlegungen unabhängig davon, ob ein Beobachter eingesetzt wird oder nicht, sofern man, wie in Abschnitt 4.2 erläutert, den Beobachter mit dem begrenzten Stellsignal u_b ansteuert.

4.4.1 Untersuchung mit Hilfe des modifizierten NYQUIST-Kriteriums

Der nichtlineare Regelkreis wird für die folgende Untersuchung auf die in Bild 4.11 gezeigte Standardform gebracht.

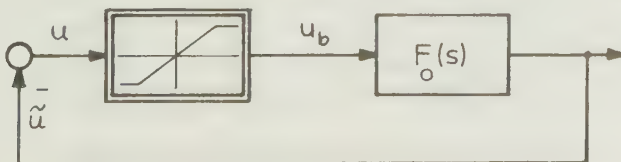


Bild 4.11: Nichtlinearer Standardregelkreis

Für die Rückführgröße

$$\tilde{u}(s) = \underline{k}^T \underline{x}(s)$$

erhält man mit Gl. 2.4.29

$$\tilde{u}(s) = \underline{k}^T (s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{b} u_b(s)$$

und daraus

$$F_o(s) = \underline{k}^T (s\underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{b} . \quad (4.4.1)$$

Dieser Ausdruck läßt sich mit Gl. (2.4.30) darstellen zu

$$F_o(s) = \tilde{N}(s) N^{-1}(s) - 1 , \quad (4.4.2)$$

und da $N(s)$ und $\tilde{N}(s)$ bei Strecken mit einem Eingang Polynome sind, erhält man

$$F_o(s) = \frac{\tilde{N}(s) - N(s)}{N(s)} . \quad (4.4.3)$$

Wird $F_o(s)$ aus dem Regelkreis mit Beobachter nach Bild 4.12 berechnet, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{u}(s) &= \{ \Delta^{-1}(s) Z_{Ru}(s) + \Delta^{-1}(s) Z_{Ry}^T(s) \underline{Z}(s) N(s)^{-1} \} u_b(s) \\ &= \Delta^{-1}(s) \{ Z_{Ru}(s) N(s) + Z_{Ry}^T(s) \underline{Z}(s) \} N^{-1} u_b(s) . \end{aligned}$$

Setzt man die Reglerentwurfsgleichung Gl. 2.4.24 ein, so erhält man daraus Gl. 4.4.2 bzw. Gl. 4.4.3.

Dies ist eine Bestätigung dafür, daß bei richtiger Ansteuerung des Beobachters vom Stellsignal u_b aus kein Beobachtungsfehler entsteht und die Beobachterpole nicht angeregt werden können. Die nachfolgende Betrachtung kann also ohne Berücksichtigung eines eventuell benötigten Beobachters (auch Störbeobachter) erfolgen.

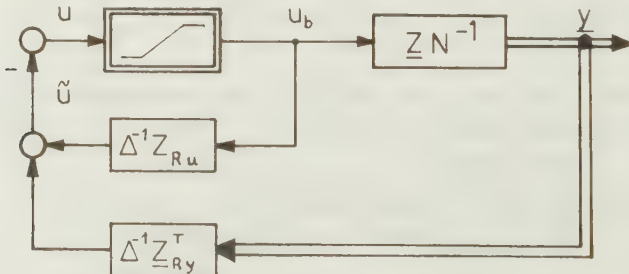


Bild 4.12: Zustandsregelkreis mit Begrenzung und Beobachter

Das in guter Näherung sinusförmige Rückführsignal $u(t)$ aus dem Beispiel 4.3.4 rechtfertigt die weitere Untersuchung mit Hilfe der Methode der Beschreibungsfunktion [27].

Für den Begrenzer nach Bild 4.13 ergibt sich eine Beschreibungsfunktion

$$S(u_0) = \begin{cases} \frac{b_1}{u_0} = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin \frac{u_{\max}}{u_0} + \frac{u_{\max}}{u_0} \sqrt{1 - \left(\frac{u_{\max}}{u_0} \right)^2} \right] & \text{für } u_0 > u_{\max} \\ 1 & \text{für } u_0 \leq u_{\max} \end{cases} \quad (4.4.4)$$

Um Verwechslungen mit dem Nennerpolynom $N(s)$ vorzubeugen, wurde statt der in der Literatur verbreiteten Bezeichnung $N(u_0)$ die von ZYPKIN bei Relais verwendete Bezeichnung $S(u_0)$ gewählt.

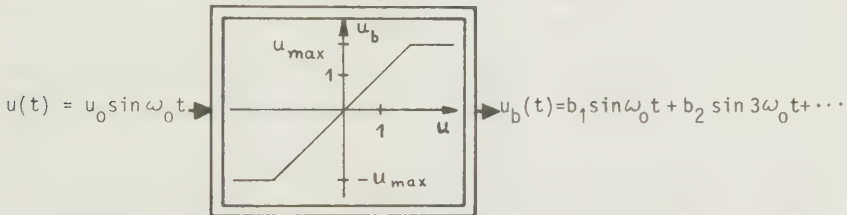


Bild 4.13: Symmetrischer Begrenzer

Zur Beurteilung des Stabilitätsverhaltens von nichtlinearen Regelkreisen mit dem modifizierten NYQUIST-Kriterium (z.B. [28]) wird neben der Beschreibungsfunktion auch die Frequenzgangfunktion $F_0(i\omega)$ des Linearanteils benötigt. Man erhält sie bei den hier behandelten Systemen als Randfunktion aus der Übertragungsfunktion gemäß

$$\begin{aligned} F_0(i\omega) &= F_0(s) \Big|_{\operatorname{Re}\{s\}=0} \\ &= \frac{\tilde{N}(i\omega) - N(i\omega)}{N(i\omega)} \end{aligned} \quad (4.4.5)$$

Realteil und Imaginärteil dieser Funktion werden in eine komplexe Ebene eingetragen, und man erhält die sogenannte Ortskurve zu $F_0(i\omega)$.

In Bild 4.14 sind für verschiedene $\tilde{N}(i\omega)$ bei gleichem $N(i\omega)$ einige Ortskurven aufgezeichnet, wobei eine Normierung auf die Verstärkung Eins vorgenommen wurde, damit eine gemeinsame Darstellung in einem Diagramm möglich wird.

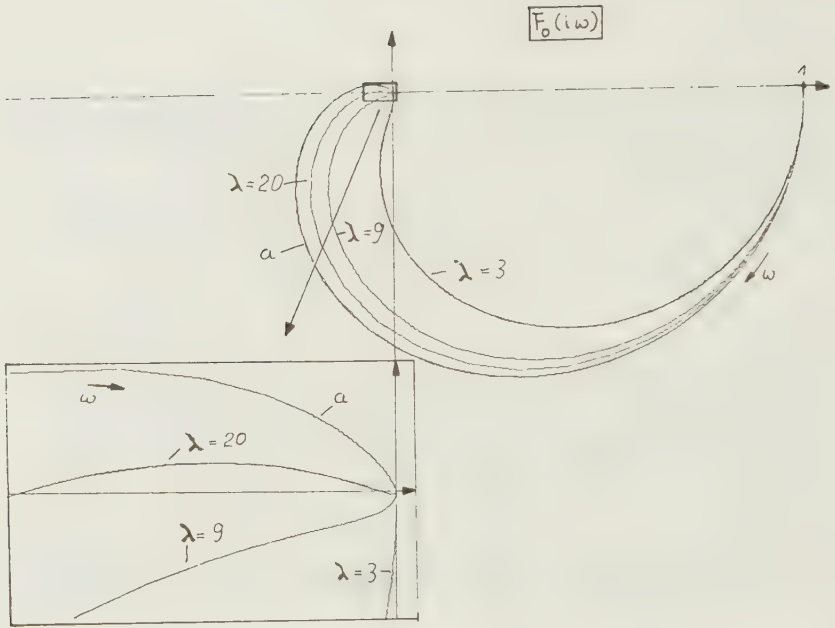


Bild 4.14: Ortskurven von $\frac{\tilde{N}(i\omega) - N(i\omega)}{N(i\omega)}$ für

$$N(i\omega) = (i\omega + 1)^3; \tilde{N}(i\omega) = (i\omega + \lambda)^3$$

a: Ortskurve zu $1/N(i\omega)$.

Auf Grund der Polnullstellendifferenz von Eins laufen alle Ortskurven von $F_0(i\omega)$ mit -90° für $\omega \rightarrow \infty$ in den Nullpunkt der komplexen Ebene ein.

Maßgebend für die maximale Phasendrehung in $F_0(i\omega)$ ist die Lage der Nullstellen von $\tilde{N}(s) - N(s)$ relativ zu denen von $N(s)$. An Hand einer Wurzelortskurve kann man ihre Lage abschätzen. Für die Nullstellen s_i des Polynoms $\tilde{N}(s) - N(s)$ gilt

$$\tilde{N}(s_i) - N(s_i) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (4.4.6)$$

Nach EVANS [z.B. 30] kann man Wurzelortskurven für die Nullstellen von $N(s) - K\tilde{N}(s) = 0$ in Abhängigkeit von dem Parameter K angeben.

Für

$$N(s) = (s-s_0) (s-\tilde{s}_0) (s-\tilde{s}_0)$$

und

$$\tilde{N}(s) = (s-\tilde{s}_0) (s-\tilde{s}_0) (s-\tilde{s}_0)$$

ergibt sich z.B. die in Bild 4.15 gezeigte Wurzelortskurve.

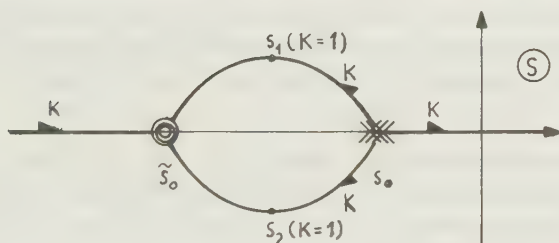


Bild 4.15: Wurzelortskurve für das Polynom

$$N(s) - K\tilde{N}(s) = 0 \quad \text{für } |\tilde{s}_0| > |s_0|$$

Die Nullstellen von Gl. 4.4.6 erhält man für den Parameter $K = 1$, so daß sich für das Beispiel aus der Betragsbedingung (Regeln von EVANS)

$$\frac{|s_{1,2} - \tilde{s}_0|^3}{|s_{1,2} - s_0|^3} = 1 \quad \text{ergibt.}$$

Dies bedeutet, daß die Nullstellen von $\tilde{N}(s) - N(s)$ genau in der Mitte zwischen den Nullstellen von $\tilde{N}(s)$ und $N(s)$ liegen. Je weiter die Nullstellen von $\tilde{N}(s)$ in der s -Ebene nach links geschoben werden, also je schneller der geschlossene Regelkreis werden soll, umso weiter links liegen auch die Nullstellen von $\tilde{N}(s) - N(s)$.

Dies bedeutet aber, daß die phasenhebende Wirkung durch den Zähler von $F_0(i\omega)$ erst bei höheren Frequenzen einsetzt. Dadurch wird die maximale Phasendrehung in $F_0(i\omega)$, die im Beispiel durch den Nenner $N(i\omega)$ allein bis auf -270° gehen kann, mit zunehmender Geschwindigkeit für den geschlossenen Kreis immer größer, was in Bild 4.14 zu erkennen ist.

Liegen die Nullstellen von $\tilde{N}(s)$ und $N(s)$ nicht so symmetrisch wie in Bild 4.15, so sind die Verhältnisse nicht mehr so klar überschaubar, aber der Effekt bleibt der gleiche.

Je schneller der geschlossene Regelkreis werden soll, umso größer ist die maximale Phasendrehung in der Ortskurve

$$F_o(i\omega) = \frac{\tilde{N}(i\omega) - N(i\omega)}{N(i\omega)} .$$

Dadurch kann die Ortskurve bei Strecken der Ordnung drei und größer in den dritten Quadranten (im Uhrzeigersinn gezählt) der komplexen Ebene gelangen. Welche Bedeutung dies für das Stabilitätsverhalten des nicht-linearen Regelkreises nach Bild 4.11 hat, wird mit Hilfe des modifizierten NYQUIST-Kriteriums (z.B. [28]) untersucht.

Das Nennerpolynom der Strecke $N(s)$ habe nur Nullstellen in der linken s -Halbebene und einfache Pole auf der imaginären Achse der s -Ebene. Dann kann das vereinfachte NYQUIST-Kriterium angewendet werden. Es besagt in modifizierter Form, daß der geschlossene Kreis (vgl. Bild 4.11) dann stabil ist, wenn beim Durchlaufen der Ortskurve $F_o(i\omega)$ in wachsender ω -Richtung die negativ inverse Beschreibungskurve $-\frac{1}{S(u_o)}$ (kritische Ortskurve, Amplitudenortskurve) immer links liegt.

Für den Begrenzer ist die kritische Ortskurve in Bild 4.16 eingezeichnet.

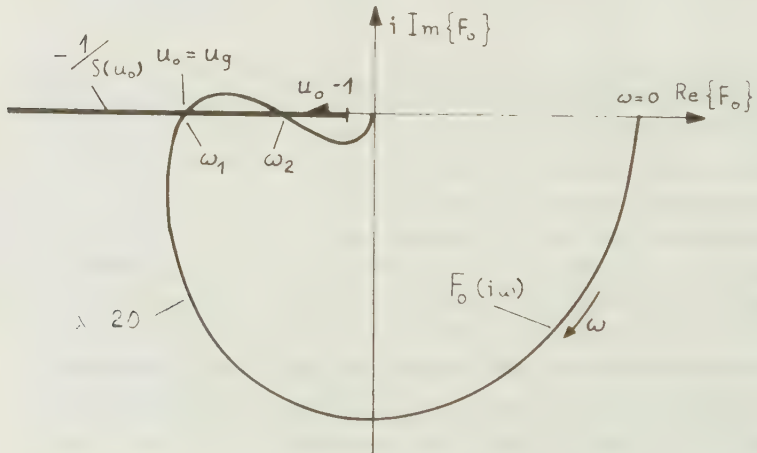


Bild 4.16: Ortskurve und negativ inverse Beschreibungskurve eines bedingt stabilen Regelkreises

Es kann daher zu Instabilitäten und Grenzyklen kommen, sobald die Ortskurve $F_0(i\omega)$ in den dritten Quadranten der komplexen Ebene (im Uhrzeigersinn gezählt) einläuft. In Bild 4.16 sind die Ortskurve für $\gamma = 20$ aus Bild 4.14 und die kritische Ortskurve des Begrenzers nach Bild 4.13 im Prinzip eingezeichnet.

Im Bereich zwischen ω_1 und ω_2 ist die Stabilitätsbedingung nicht erfüllt. Bei genügend großer Anregung wird sich ein stabiler Grenzyklus ausbilden, dessen Frequenz etwa ω_1 beträgt. Die Amplitude des Rückführsignals $\tilde{u}$ ist ungefähr u_g .

Systeme mit den in Bild 4.16 gezeigten Verhältnissen werden bedingt stabil genannt, da sich ein Grenzyklus erst bei genügend großer Anregung ausbildet. Bei kleinen Anregungen kommt das System wieder zur Ruhe, aber wie z.B. in Bild 4.17 zu sehen, oft erst nach einer Vielzahl von nicht-linearen Schwingungen.

Diese Beobachtungen lassen den Schluß zu, daß der in den Beispielen 4.3.3 und 4.3.4 erkennbare Effekt durch günstige Vorgabe von $\tilde{N}(s)$ vermeidbar ist.

$$F_0(i\omega) = \frac{\tilde{N}(i\omega) - N(i\omega)}{N(i\omega)}$$

kann das vorgegebene $\tilde{N}(s)$ auf seine Eignung überprüft werden. Es muß zumindest sichergestellt sein, daß die Ortskurve von $F_0(i\omega)$ nicht in den 3. Quadranten der komplexen Ebene (im Uhrzeigersinn gezählt) einläuft.

4.4.2 Ortskurvenkriterium für die Polvorgabe

Es ist offensichtlich, daß die oben genannte Bedingung nicht ausreicht, um ein befriedigendes Regelkreisverhalten zu erzielen. Sicherlich zeigt ein Regelkreis, bei dem die Ortskurve $F_0(i\omega)$ die negative reelle Achse gerade nicht mehr schneidet, auch noch sehr starke Schwingneigung, wie z.B. Bild 4.18 auf S.89 verdeutlicht. Deshalb wurde versucht, auf dem experimentellen Weg eine Schranke für die maximale Phasendrehung in $F_0(i\omega)$ zu finden, die befriedigendes Regelkreisverhalten sicherstellt. Dies gelang an Hand von Analogrechnersimulationen, deren Ergebnisse im folgenden dargestellt sind.

Verschiedene Strecken 3. und 4. Ordnung wurden durch Zustandsrückführung geregelt. Die Pole des geregelten Systems wurden so gewählt, daß das

Übergangsverhalten ohne Begrenzereinfluß eine gewünschte Form hatte. Die Geschwindigkeit des Übergangs wurde durch einen Zeit-Normierungsfaktor variiert, der aus der Analogrechenstechnik bekannt ist. Alle Pole ($\tilde{s}_{0i}$) einer vorgegebenen Polverteilung wurden gemäß $\tilde{s}_i = \tilde{s}_{0i} \propto$ verschoben. Durch diese Manipulation bleibt die Form des Übergangsverhaltens (bei Strecken ohne Nullstellen) erhalten.

In den nachfolgenden Bildern 4.17 bis 4.21 sind einige typische Übergangsvorgänge (Stellsignal und Ausgangssignal) aufgezeichnet, die man bei Regelkreisen mit Begrenzung erhält. Parallel dazu sind die Ortskurven $F_0(i\omega)$ gemäß Gleichung 4.4.5 aufgezeichnet. Man erkennt, daß die maximale Phasendrehung in $F_0(i\omega)$ und die Schwingneigung im Ausgangssignal mit steigender Geschwindigkeit zunehmen. Weiterhin wird deutlich, daß unabhängig von der Polkonfiguration, die in $\tilde{N}(s)$ vorgegeben wird, ab einer bestimmten Phasendrehung in $F_0(i\omega)$ das Übergangsverhalten unruhig ist, was auf mehrmaliges Berühren der Stellanschlüge zurückzuführen ist. Bei schwach gedämpften Strecken setzt dieser Effekt schon bei kleinerer Phasendrehung ein als bei gut gedämpften Strecken. Bei schwach gedämpften Strecken ist darüber hinaus eine Ansteuerung auf mehr als 90% des Stellbereiches problematisch, da starkes Unterschwingen auftritt.

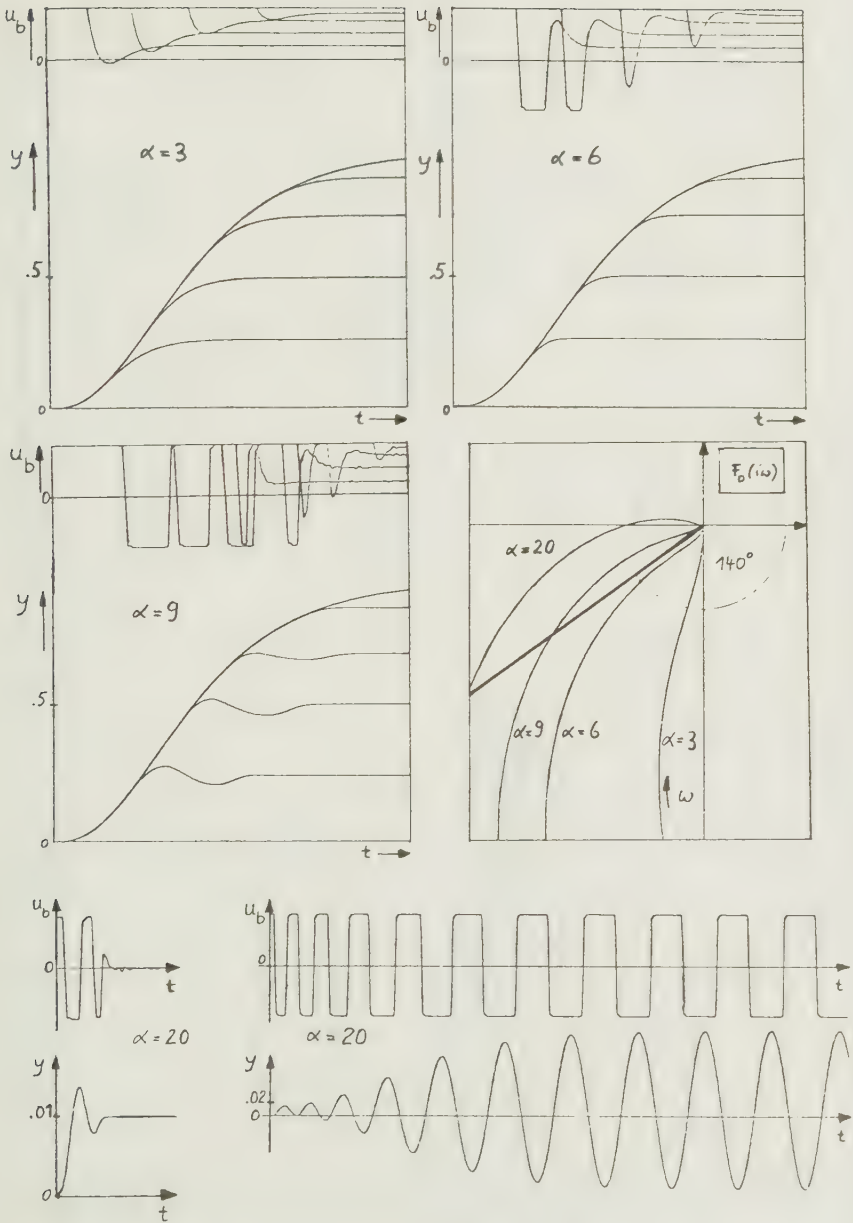


Bild 4.17a: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)^3$ und $N(s) = (s+1)^3$ mit den zugehörigen Ortskurven $F_0(i\omega) = (N(i\omega) - N(i\omega)) N^{-1}(i\omega)$

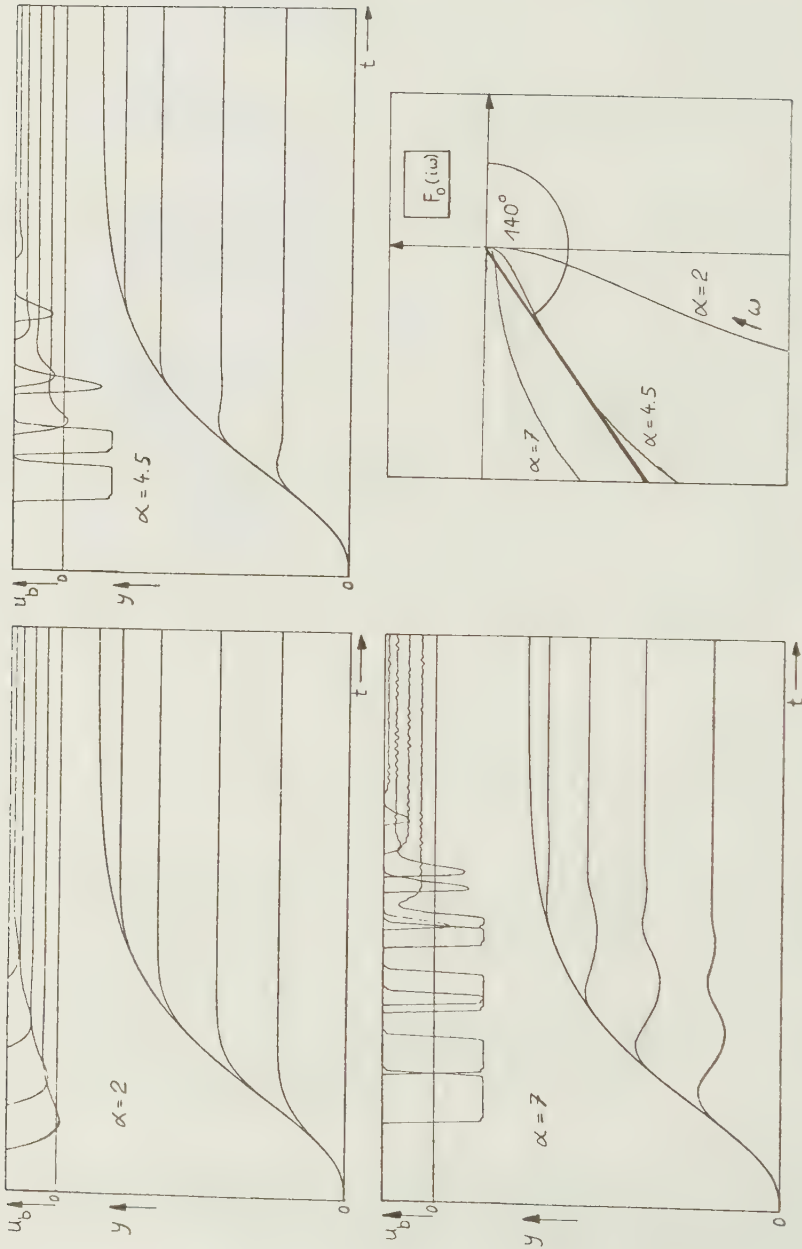


Bild 4.17b Führungübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)^3$ und $\dot{N}(s) = (s+1)(s+1-i)(s+1+i)$ mit den zugehörigen Ortskurven

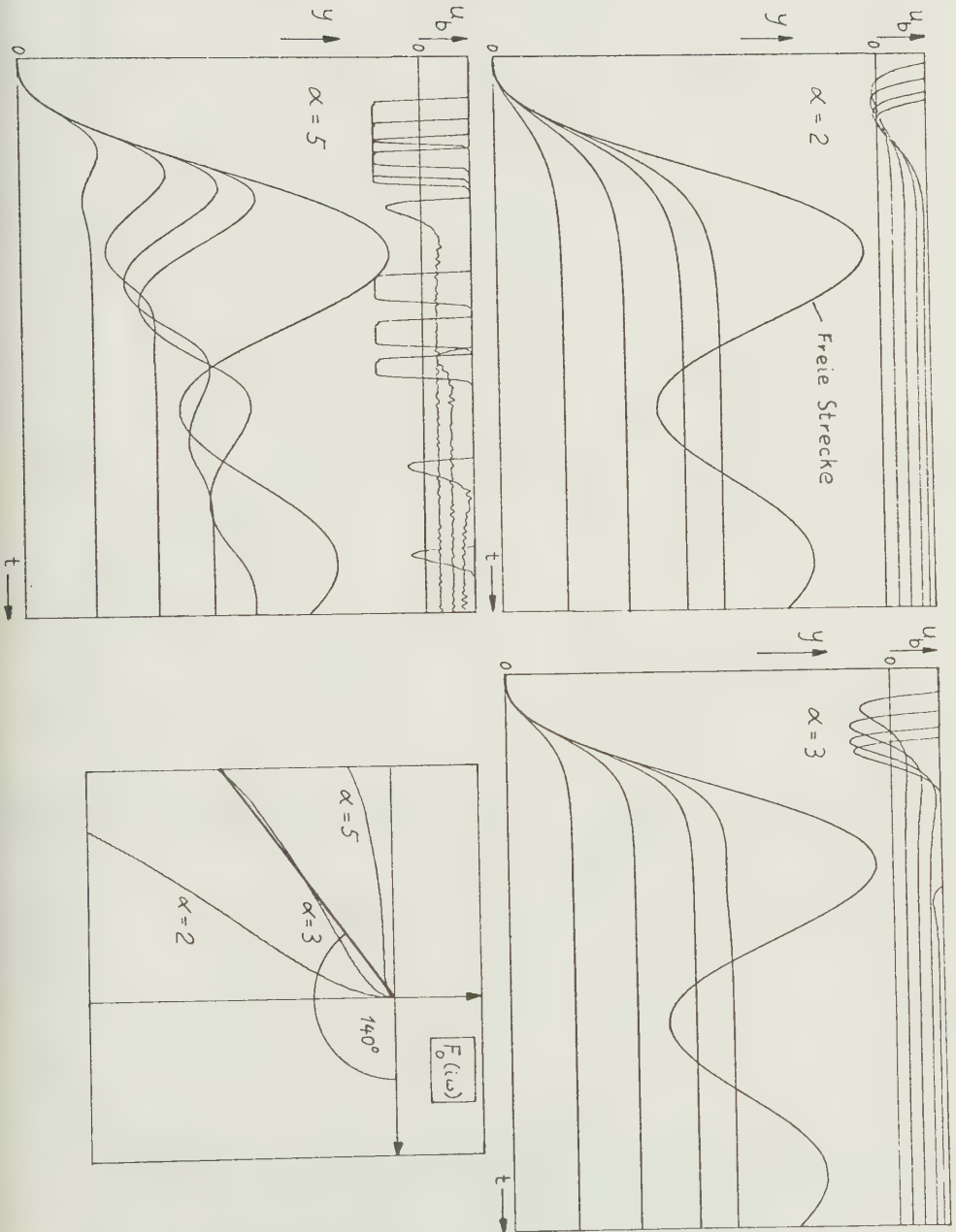


Bild 4.18 a: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)(s^2+0,2s+1)$ und $\tilde{N}(s) = (s+\alpha)^3$ mit den zugehörigen Ortskurven

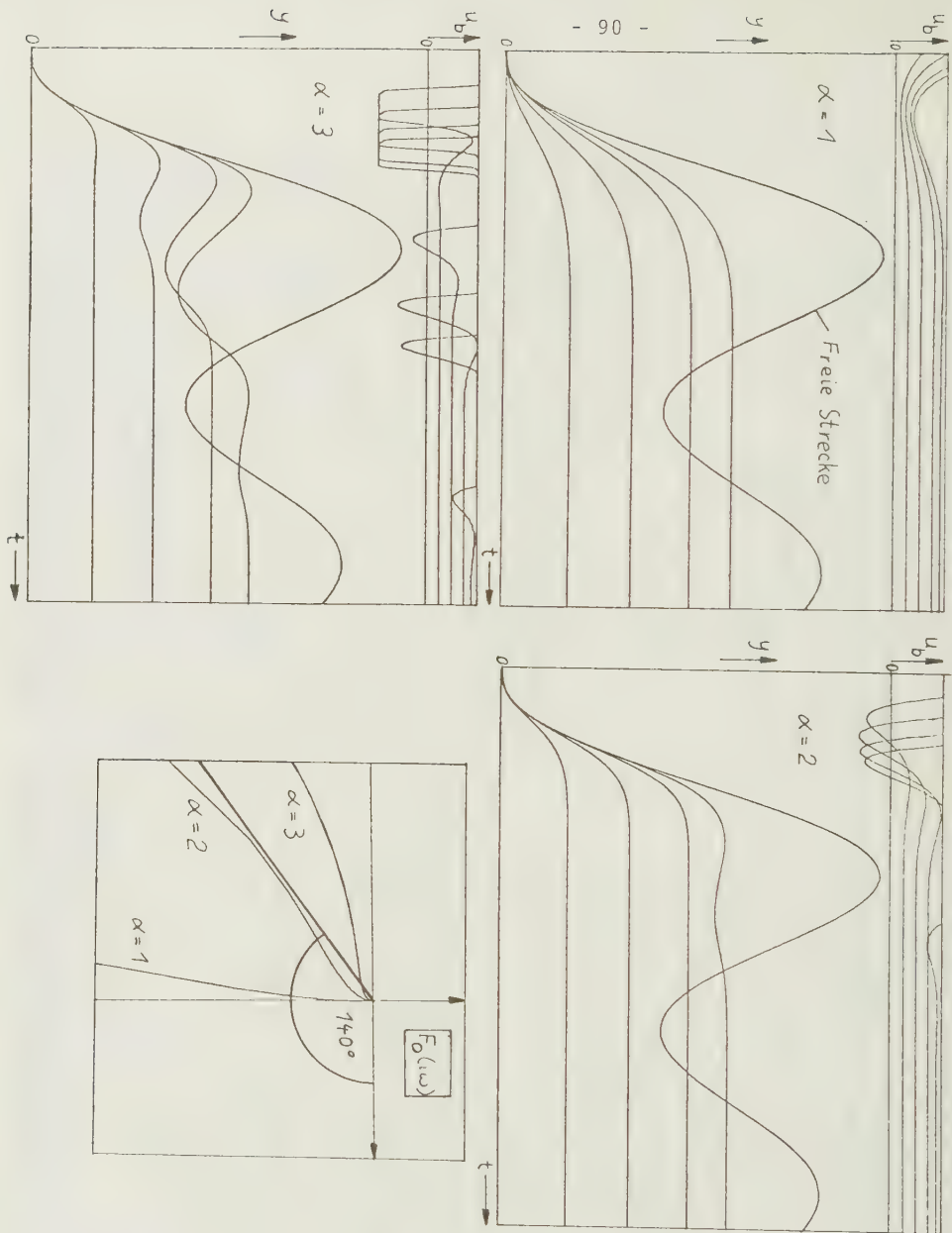


Bild 4.18b: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)(s^2+0,2s+1)$ und $N(s) = (s+i)(s+1-i)(s+1-i)$ mit den zugehörigen Ortskurven

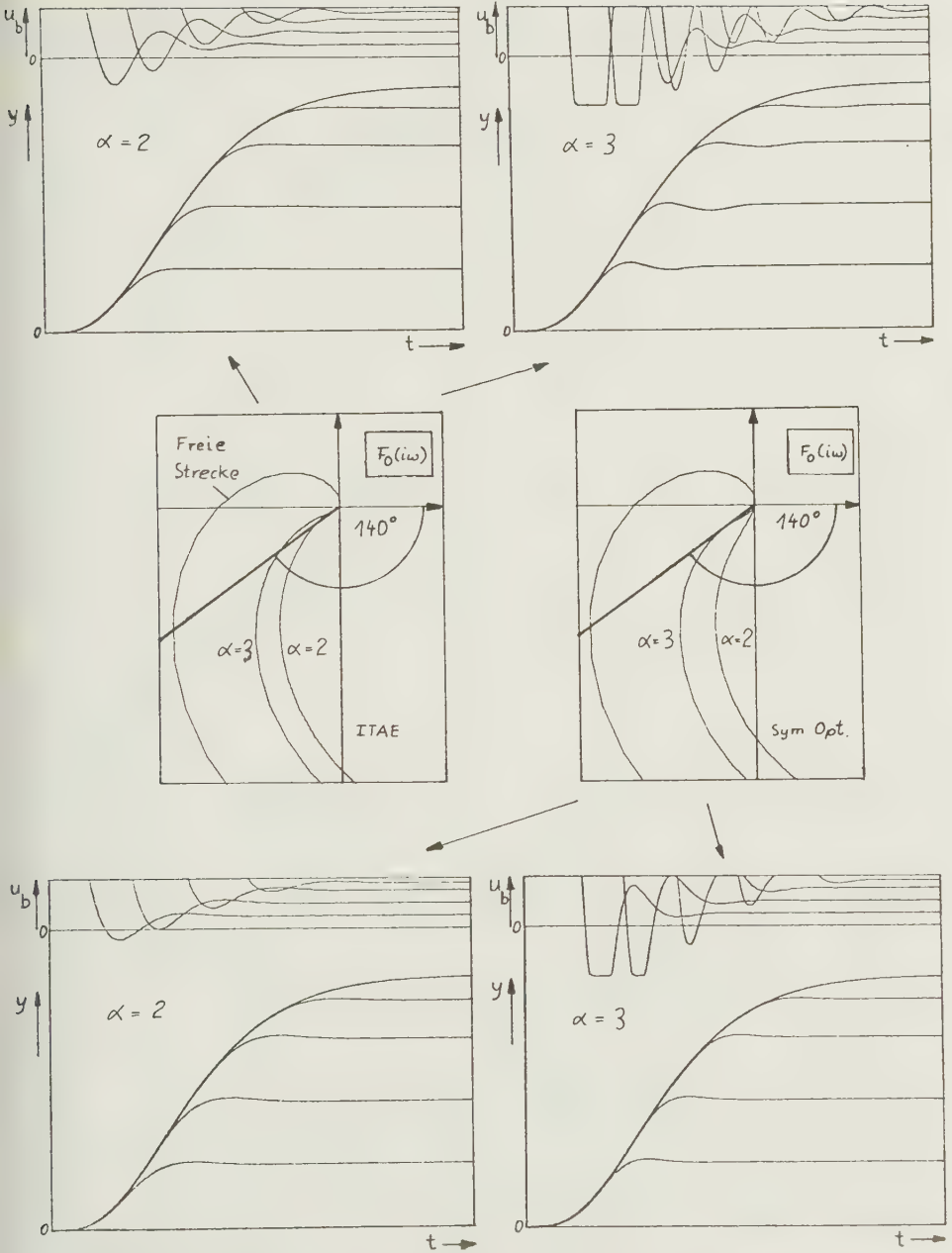


Bild 4.19: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s)=1/(s+1)^4$ und $\tilde{N}(s)=s^4+2,1s^3+3,4s^2+2,7s+1$ (ITAE-Polynom [25]) bzw. $\tilde{N}(s)=s^4+2,8s^3+4s^2+2,82s+1$ (symm. Optimum [29]) mit den zugehörigen Ortskurven

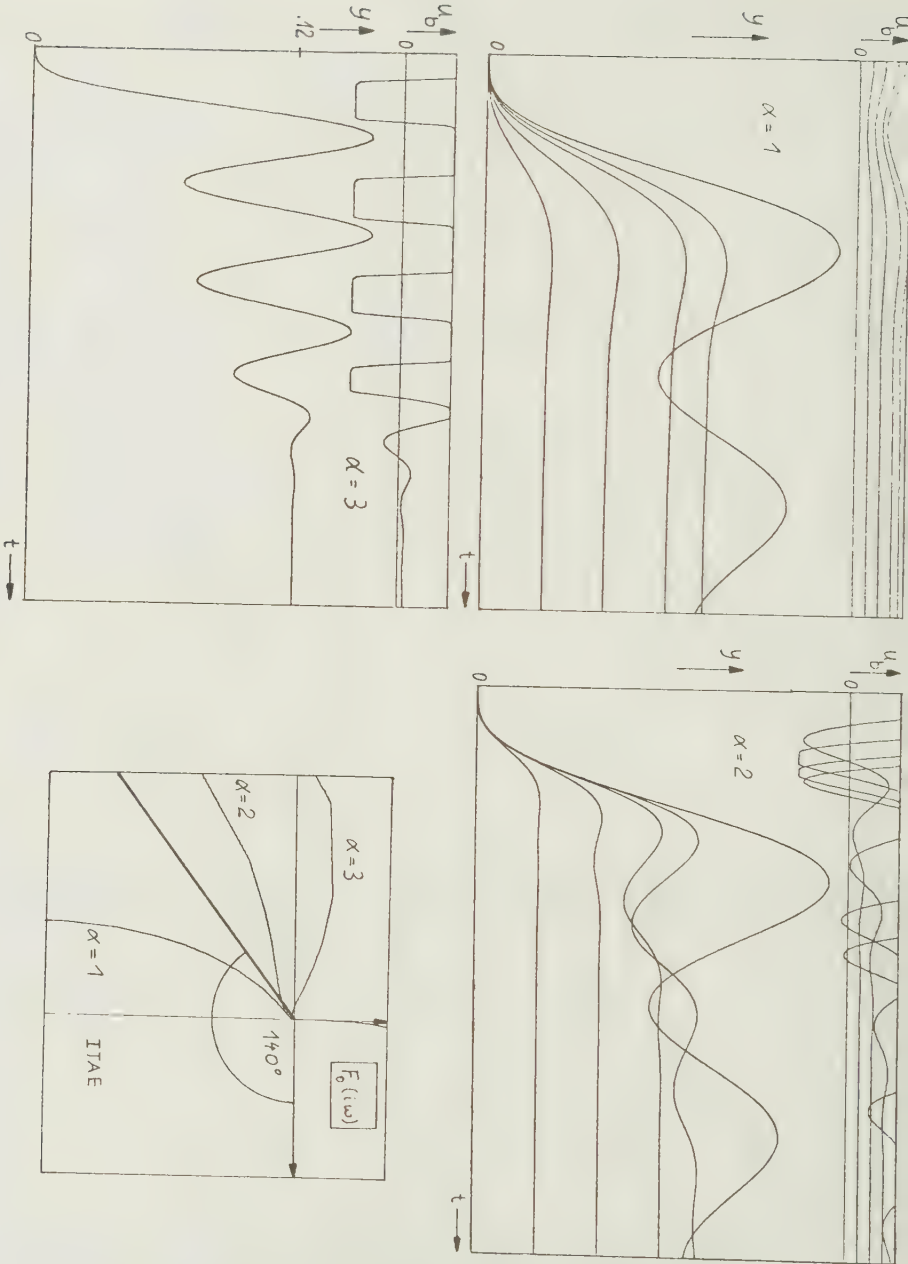


Bild 4.20: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)^2(s^2+0,2s+1)$ und $N(s) = s^4+2,1s^3+3,4s^2+2,7s+4$ (ITAE-Polynom)

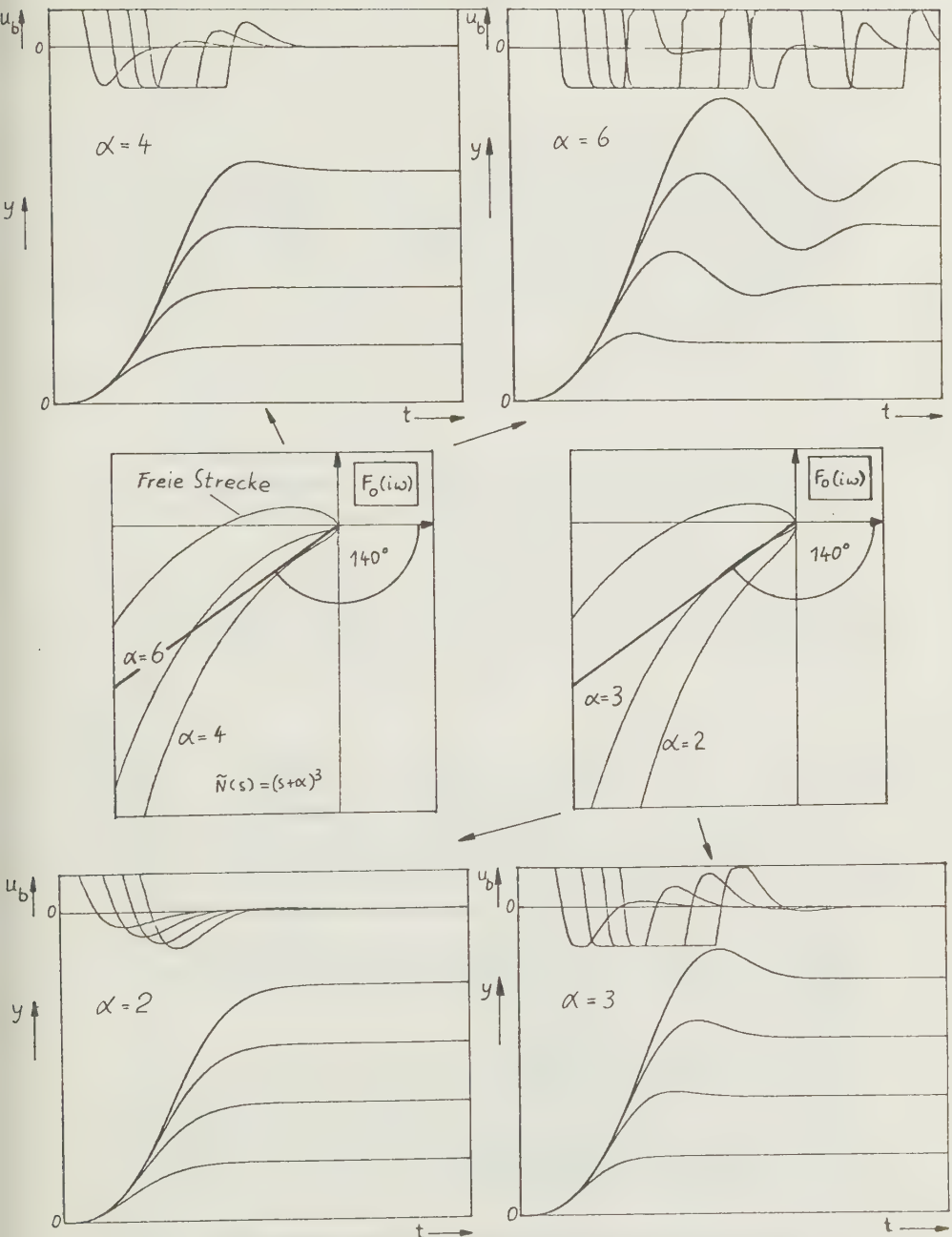


Bild 4.21: Führungsübergangsfunktionen bei begrenzter Stellgröße für eine Freie Strecke mit der Übertragungsfunktion $F(s) = 1/(s+1)^2 s$ und $\tilde{N}(s) = (s+\alpha)^3$ bzw. $\tilde{N}(s) = (s+\alpha)(s+\alpha(1+i))(s+\alpha(1-i))$ mit den zugehörigen Ortskurven

Aus diesen Untersuchungen, die durch die Bilder 4.17 bis 4.21 veranschaulicht werden, kann ein empirisch ermitteltes Entwurfskriterium für Zustandsregelkreise mit Stellbegrenzung abgeleitet werden. Es gilt bei Strecken mit Polen in der linken s-Halbebene und Einfachpolen auf der imaginären Achse der s-Ebene.

Für das Nennerpolynom des geregelten Systems $\tilde{N}(s)$ wird eine Polkonfiguration festgelegt durch

$$\tilde{N}(s) = s^n + \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1 s + \tilde{a}_0 = \prod_{i=1}^n (s - \tilde{s}_i^*).$$

Dabei ist die relative Lage der Pole so zu wählen, daß die Übergänge im linearen Fall die gewünschte Form aufweisen. Die maximal mögliche Geschwindigkeit der Übergänge wird mit Hilfe der Ortskurve

$$F_0(i\omega) = \frac{\tilde{N}(i\omega) - N(i\omega)}{N(i\omega)}$$

ermittelt, indem man durch einen Zeitnormierungsfaktor die vorgegebenen Pole in $\tilde{N}^*(i\omega)$ variiert. Dazu wird das Polynom der geschlossenen Strecke mit

$$\tilde{N}(s) = s^n + \alpha \tilde{a}_{n-1} s^{n-1} + \alpha^2 \tilde{a}_{n-2} s^{n-2} + \dots + \alpha^{n-1} \tilde{a}_1 s + \alpha^n \tilde{a}_0 = \prod_{i=1}^n (s - \alpha \tilde{s}_i^*)$$

angesetzt. Der Faktor α wird so lange erhöht, bis die Ortskurve von $F_0(i\omega)$ eine maximale Phasendrehung von -120° bis -140° hat. Die untere Grenze (-120°) ist für schwach gedämpfte Strecken anzustreben, während man bei gut gedämpften Strecken eine größere Phasendrehung bis -140° zulassen kann. Die Festlegung von $\tilde{N}(s)$ kann natürlich auch mit Hilfe des BODE-Diagramms von $F_0(i\omega)$ erfolgen. Sind Nullstellen in der Strecke vorhanden, so ändert sich mit der Variation von α auch die Form des Übergangsverhaltens im Linearbereich. Dies muß man gegebenenfalls berücksichtigen und $\tilde{N}^*(s)$ entsprechend ändern.

Durch diese Maßnahme wird erreicht, daß die Übergänge möglichst schnell erfolgen. Obwohl das Stellsignal lange Zeit den Maximalwert einnimmt, wird durch rechtzeitiges Zurücknehmen der Stellamplitude durch den Regler gut gedämpftes Übergangsverhalten und damit schnelles Ausregeln erzielt.

Dabei hat der Regelkreis im Linearbereich ein Übergangsverhalten, dessen Form vorgebar ist, und dessen Geschwindigkeit angepaßt ist an die Möglichkeiten des Stellgliedes.

Analog zu den Überlegungen aus Abschnitt 4.4 erhält man den Rückführvektor

$$\tilde{\underline{u}} = (\tilde{u}_1 \ \tilde{u}_2 \dots \tilde{u}_i \dots \tilde{u}_p)^T$$

zu
$$\tilde{\underline{u}}(s) = \underline{K} (\underline{s} \underline{I} - \underline{A})^{-1} \underline{B} \underline{u}(s) \quad (4.5.1)$$

und mit Gl. 2.4.30 kann man schreiben

$$\tilde{\underline{u}}(s) = (\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1} - \underline{I}) \underline{u}(s). \quad (4.5.2)$$

Aus dieser Gleichung lassen sich vor der Reglerberechnung in übersichtlicher Form die Kopplungen ablesen, die zwischen den einzelnen Stellgliedern bestehen. Das Element in der i-ten Zeile und der j-ten Spalte gibt die Kopplung von der j-ten zur i-ten Stellgröße an (vgl. Bild 4.23).

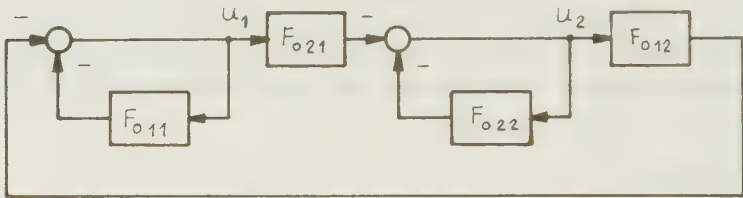


Bild 4.23: Kopplungen zwischen den einzelnen Stellgrößen am Beispiel einer Strecke mit zwei Eingängen

$$\underline{F}_o(s) = (\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1} - \underline{I})$$

Durch Auflösen nach der i-ten Rückführgröße $u_i(s)$ in Abhängigkeit von der begrenzten Eingangsgröße $u_{ib}(s)$ erhält man eine Übertragungsfunktion

$$\frac{\tilde{u}_i(s)}{u_{ib}(s)} = F_{oi}(s),$$

mit der die in Abschn. 4.4 gemachten Untersuchungen durchgeführt werden können. Diese Übertragungsfunktion ergibt sich zu

$$F_{oi}(s) = \frac{|\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1}|}{|\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1}|^{ii}} - 1, \quad (4.5.3)$$

wobei $|\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1}|$ die Determinante und $|\tilde{\underline{N}}(s) \underline{N}(s)^{-1}|^{ii}$ die zum

i -Element gehörende Unterdeterminante ist. Diese Darstellung enthält den Fall mit einer Stellgröße, wenn man die Unterdeterminante dadurch bildet, daß die i -te Spalte und Zeile von $\tilde{N}(s) \underline{N}(s)^{-1}$ bis auf das Diagonalelement zu 0 und das Diagonalelement zu 1 gesetzt wird. Es ergibt sich dann die in Abschnitt 4.4 angegebene Formel 4.4.2.

Eine Untersuchung des Systemverhaltens bei gleichzeitiger oder wechselseitiger Begrenzung mehrerer Stellgrößen wird sehr schwierig und hier nicht weiter durchgeführt.

5 EINSATZ VON ZUSTANDSREGLERN IN ABLÖSE- UND KASKADEN- STRUKTUR

Bei der Führung von geregelten Prozessen über größere Bereiche (Weitbereichsregelung) treten unter anderem neben den in Abschnitt 4 behandelten Begrenzungen der Stellglieder auch Beschränkungen innerhalb der Strecke auf. Diese ergeben sich zum einen aus der technischen Realisierung in ähnlicher Weise wie bei Stellgrößenbegrenzungen, und zum anderen sind sie bedingt durch die Notwendigkeit, Zustandsgrößen der Strecke aktiv zu begrenzen, um die Anlage vor Beschädigung oder Zerstörung zu schützen (z.B. Ankerstrom bei der fremderregten Gleichstrommaschine, Druck in hydraulischen Anlagen, Drehzahl von leistungsgeregelten Turbinen bei Lastabwurf usw.). Das Überschreiten der Begrenzungen verhindert man durch eingebaute Überdruckventile, Begrenzungsschaltungen und in vielen Fällen durch den Einsatz von ablösenden Regelungen. Bei Erreichen von kritischen Werten bestimmter Zustandsgrößen übernehmen spezielle Regler die Regelung und sind so lange im Eingriff, bis der Hauptregler Stellgrößen liefert, die nicht mehr zum Überschreiten der Sicherheitsschranken führen.

GLATTFELDER gibt in [31] eine ausführliche Darstellung dieses Vorgehens. In welcher Weise man dazu Zustandsregler einsetzen kann und welche Vorteile dadurch entstehen, ist in Abschnitt 5.1 erläutert.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Regelung in Kaskadenstruktur anzulegen. Dabei wird für jede zu begrenzende Zustandsgröße ein Regelkreis gebildet, dessen Führungsgröße der Regler eines überlagerten Regelkreises liefert. Die Einhaltung der Sicherheitsschranken erzielt man durch Begrenzung des Führungssignals und gute Dämpfung des entsprechenden Regelkreises.

Die Möglichkeiten zum Einsatz von Zustandsreglern in solchen Strukturen werden in Abschnitt 5.2 behandelt. Alle Überlegungen beziehen sich nur auf Strecken mit einem Stelleingang. Eine Behandlung von Mehrgrößensystemen mit Ablöseregelung ist durch einfache Erweiterung möglich, während sich die Behandlung der Kaskadenstruktur bei Mehrgrößenregelung als äußerst schwierig erweist.

5.1 Ablöseregelung zur Beschränkung von Zustandsgrößen

5.1.1 Ablösestruktur mit konventionellen Reglern

Die ablösenden Regler, die parallel zum Hauptregler arbeiten, werden durch eine Auswahl-schaltung (Minimalauswahl, Maximalauswahl) dann an die Strecke angeschlossen, wenn eine Zustandsgröße ihren Grenzwert (Maximalwert, Minimalwert) zu überschreiten droht. Die dabei entstehenden Ablöseregelkreise sind meist als Festwertregelkreise mit Proportionalreglern ausgelegt. Sehr selten werden sie mit Integralanteil versehen, da dann nur mit Zusatzmaßnahmen verhindert werden kann, daß der Regler im Normalbetrieb (Hauptregler bildet die Stellgröße) übersteuert wird. In Bild 5.1 ist das Blockschaltbild einer Ablöseregelung mit zwei Meßgrößen gezeigt, wobei y_2 die Hauptregelgröße ist und y_1 die Extremwerte $y_{1\max}$ und $y_{1\min}$ nicht überschreiten darf.

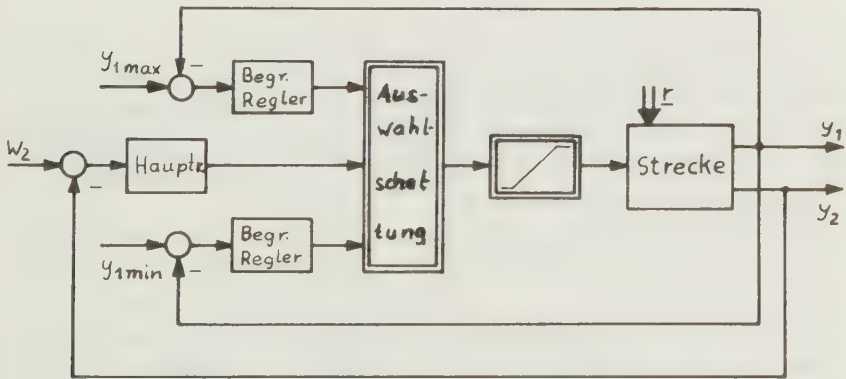


Bild 5.1: Blockschaltbild einer Ablöseregelung mit konventionellen Reglern

Bei größeren Prozessen kann auf diese Weise eine Vielzahl zu begrenzender Größen berücksichtigt werden, wobei die Auswahl nach Priorität gestaffelt ist.

Obwohl sich diese Anordnung bewährt hat, sind einige Schwächen festzustellen, die sich nachteilig auswirken können.

Der Hauptregelkreis wird beim Ablösen durch einen Sicherheitskreis aufgetrennt, was bei längerer Ablösedauer dazu führt, daß der Hauptregler durch den häufig vorhandenen Integralanteil übersteuert wird. Zusatzmaßnahmen verbessern zwar das Verhalten, erhöhen aber den Aufwand. Dies ist auch der Grund dafür, daß die ablösenden Regler meist keinen Integralanteil besitzen. Die Ablöseregelkreise können deshalb ihre Begrenzungswerte nicht ganz erreichen (bleibende Regelabweichung), wodurch die erwünschte maximale Änderungsgeschwindigkeit der Hauptregelgröße nicht erzielbar ist.

Eine ganz wesentliche Schwäche der in Bild 5.1 gezeigten Anordnung liegt darin, daß zwar je nach Anwendungsfall eine Vielzahl von Zustandsgrößen der Strecke gemessen wird, aber jeweils nur eine Meßgröße in dem entsprechenden Regelkreis Verwendung findet. Hier bietet sich die Zustandsregelung an, die es in einfacher Weise ermöglicht, alle Meßgrößen aus der Regelstrecke in das Konzept einzubeziehen.

5.1.2 Ablösestruktur mit Zustandsreglern

Ein naheliegender Weg, Zustandsregler in Ablöseregelungen einzusetzen, besteht darin, daß ein gemeinsamer Beobachter aus den Meßgrößen und der Stellgröße den Streckenzustand $\underline{x}(t)$ und die Störungen $\underline{r}(t)$ nachbildet. Mit diesen Größen kann für jeden Regelkreis die geeignete Rückführung (Zustandsrückführung und Aufschaltung von Störungen)

$$u_i = -\underline{k}_{ix}^T \underline{\bar{x}} + \underline{k}_{ir}^T \underline{\bar{r}} + l_i w_i \quad (5.1.1)$$

($i = 1, 2, \dots$)

erzeugt werden. Eine Auswahlhaltung sorgt dafür, daß die richtige Stellgröße anliegt. Daraus ergibt sich die Anordnung von Bild 5.2, an Stelle derjenigen von Bild 5.1 für konventionelle Regler.

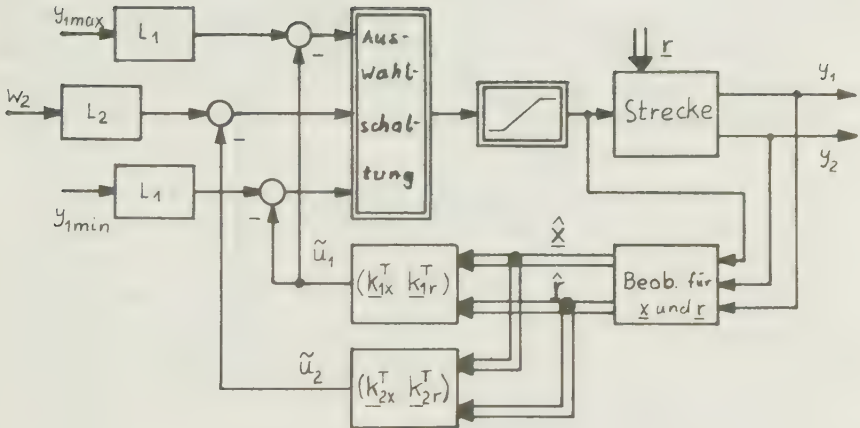


Bild 5.2: Ablöseregelung mit Zustandsreglern und gemeinsamem Beobachter

Wird für die einzelnen Regler jeweils ein Beobachter für das lineare Funktional nach Gl.(5.1.1) eingesetzt, so kann der in Abschnitt 2 und 3 dargestellte Entwurf im Frequenzbereich verwendet werden. Dadurch entsteht die in Bild 5.3 gezeigte Anordnung.

Außer in der Berechnungsmethode unterscheiden sich die beiden Vorschläge zum Einsatz von Zustandsreglern in Ablöseregelungen (Bild 5.2 und 5.3) in der Ordnung der Realisierungen.

Die Struktur nach Bild 5.2 enthält einen Beobachter der Ordnung $(n-m+n_s)$ (n_s ist die Ordnung des Störmodells). In jedem Regler der Anordnung nach Bild 5.3 ist dagegen jeweils ein Beobachter für ein lineares Funktional der Ordnung $(\nu-1)$ enthalten. Außerdem wird jeder Einzelregler nur mit einem Beobachter für diejenige Störung versehen, die für die entsprechende Regelung relevant ist.

Störungen, die z.B. nur den auf die entsprechende Regelgröße folgenden Streckenanteil beeinflussen oder nicht kompensiert werden können, müssen nicht mitbeobachtet werden.

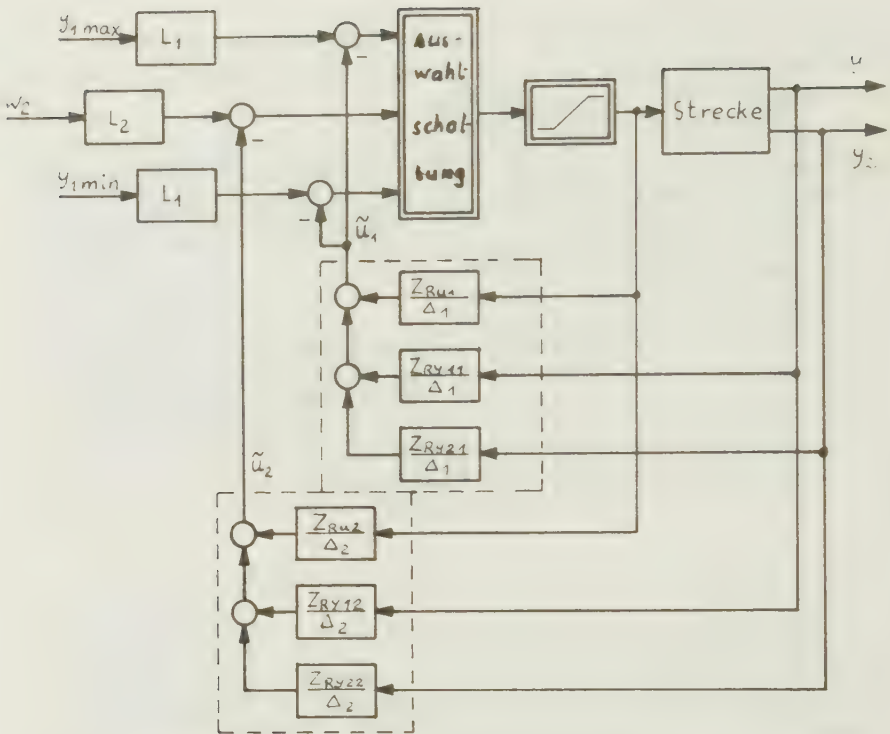


Bild 5.3: Ablöseregung mit Zustandsreglern und getrennten Beobachtern

Insgesamt resultiert daraus ebenso wie bei der Mehrgrößenregelung (mehrere Stelleingänge) möglicherweise eine höhere Ordnung der gesamten Regeleinrichtung als bei der Regelung mit einem gemeinsamen Beobachter. Dieser Nachteil wird aufgewogen, da die Berechnung der Regler sehr einfach erfolgen kann, der Einsatz von universell verwendbaren Reglerbausteinen erleichtert und nicht zuletzt die Sicherheit und Verfügbarkeit des Regelungssystems durch den getrennten Aufbau der verschiedenen Regler erhöht wird.

Die Vorteile beider Strukturen gegenüber dem Einsatz konventioneller Regler liegt auf der Hand. Durch Verwendung aller Meßgrößen in jedem Regelkreis läßt sich die Dynamik der Einzelregelungen und damit des gesamten Regelungssystems verbessern. weiterhin entstehen bei der Störbeobachtung

keine Fehler, da durch den Abgriff des aktuell anliegenden Stellsignals hinter der Auswahlhaltung und dem begrenzenden Stellglied (vgl. dazu Abschn. 4) auch die nicht im Eingriff befindlichen Regler richtig beobachten und die für ihre Aufgabe nötige Stellgröße liefern. Es ist also ohne Schwierigkeiten möglich, jeden Ablöseregler mit Störgrößenkompensation (in vielen Fällen Integralanteil) auszulegen und dennoch ohne Zusatzmaßnahmen das Ablösen zum richtigen Zeitpunkt zu erreichen.

Aus den Bildern 5.2 und 5.3. erkennt man darüber hinaus, daß die ablösenden Regler für die Minimal- und Maximalwertregelung einer Größe jeweils nur in einfacher Ausfertigung (bis auf die Mischstelle und den Faktor L) benötigt werden. Dadurch steigt der Realisierungsaufwand nicht in dem Maße, wie es zu erwarten wäre, wenn man anstelle der konventionellen Regler Zustandsregler einsetzt.

5.1.3 Ablöseregelung mit Zustandsreglern zur Begrenzung des Ankerstromes bei der fremderregten Gleichstrommaschine

Als Beispiel wird die Begrenzung des Ankerstromes bei einer fremderregten Gleichstrommaschine durch eine ablösende Regelung mit Zustandsreglern vorgenommen. In Bild 5.4 ist das Prinzipschaltbild der fremderregten Gleichstrommaschine dargestellt.

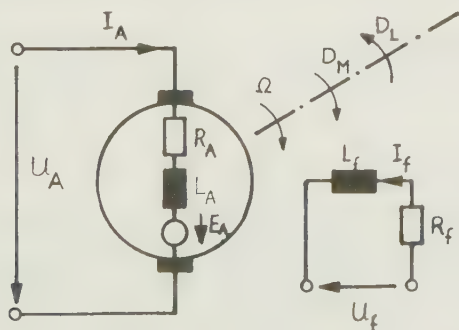


Bild 5.4: Prinzipschaltbild der fremderregten Gleichstrommaschine

Die zugehörigen Differentialgleichungen lauten:

$$U_A(t) = R_A I_A(t) + L_A \frac{d I_A(t)}{dt} + E_A(t) \quad \text{Ankerstromkreis}$$

$$E_A(t) = c_1 \frac{\Omega}{2\pi} \Psi_f(t) \quad \text{induzierte Ankerspannung}$$

$$D_M(t) = c_2 I_A(t) \Psi_f(t) \quad \text{Motormoment}$$

$$D_M(t) - D_L(t) = \ominus \frac{d\Omega}{dt}(t) \quad \text{Beschleunigungsmoment}$$

$$U_f(t) = R_f I_f(t) + \frac{d\Psi_f(t)}{dt} \quad \text{Erregerkreis}$$

$$\Psi_f = f(I_f) \quad \text{Felderregung}$$

Mit den Normierungsgrößen

$$U_{An} \quad \text{Nenn-Ankerspannung} \quad I_{Ao} = \frac{U_{An}}{R_A} \quad \text{Stillstandsstrom}$$

$$\Omega_0 \quad \text{Leerlaufdrehzahl bei Nennspannung und Nennerregung} \quad \Psi_{fn} \quad \text{Nennerergerfluß}$$

$$E_{Ao} = U_{An} = c_1 \frac{\Omega_0}{2\pi} \Psi_{fn} \quad D_{Mo} = c_2 I_{Ao} \Psi_{fn} \quad \text{extrapoliertes Stillstandsmoment}$$

erhält man die normierten Größen

$$u_A(t) = \frac{U_A(t)}{U_{Ao}}; \quad e_A(t) = \frac{E_A(t)}{E_{Ao}}; \quad i_A(t) = \frac{I_A(t)}{I_{Ao}}; \quad n(t) = \frac{\Omega(t)}{\Omega_0};$$

$$\psi_f(t) = \frac{\Psi_f(t)}{\Psi_{fn}}; \quad d_M(t) = \frac{D_M(t)}{D_{Mo}}; \quad d_L(t) = \frac{D_L(t)}{D_{Mo}}.$$

Bei konstanter Felderregung ($\psi_f = \text{const.}$) ergeben sich damit die Differentialgleichungen mit normierten dimensionslosen Größen

$$u_A(t) = e_A(t) + i_A(t) + T_A \frac{d i_A(t)}{dt} \quad \text{mit } T_A = \frac{L_A}{R_A}$$

$$d_M(t) - d_L(t) = T_M \frac{dn(t)}{dt} \quad \text{mit } T_M = \frac{\ominus \Omega_0}{D_{Mo}}$$

$$d_M(t) = \psi_f i_A(t)$$

$$e_A(t) = \psi_f n(t)$$

und das dazugehörige Blockschaltbild (Bild 5.5).

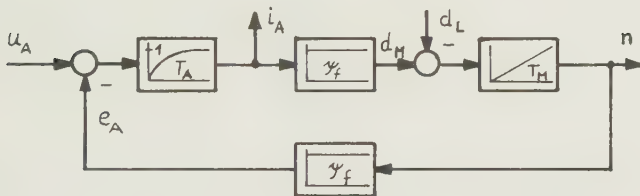


Bild 5.5: Blockschaltbild der fremderregten Gleichstrommaschine bei konstanter Felderregung

Die weiteren Betrachtungen sollen bei Nennerregung ($\psi_f = 1$) gemacht und die Bildung der Ankerspannung (meist mit Thyristorstellglied) als ideal betrachtet werden. Bei idealer Messung von i_A und n ergibt sich dann der Vektor der Übertragungsfunktionen

$$\underline{F}(s) = \begin{pmatrix} \frac{n(s)}{u_A(s)} \\ \frac{i_A(s)}{u_A(s)} \end{pmatrix} = \frac{1}{s^2 + s \frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_A T_M}} \begin{pmatrix} \frac{1}{T_A T_M} \\ s \frac{1}{T_A} \end{pmatrix}$$

Die Führungsübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises soll die Form

$$\tilde{F}_n(s) = \frac{1}{s^2 + a_{1n}s + a_{on}} \begin{pmatrix} \frac{1}{T_A T_M} \\ s \frac{1}{T_A} \end{pmatrix} T_A T_M a_{on}$$

haben. Man errechnet daraus unter Einbeziehung eines Störbeobachters, mit dem sprungförmige Laststörungen ($d_L(t) = d_{L0} 1(t)$) kompensiert werden können, analog zu den Berechnungen in Abschn. 3.5.2 (Strecke in etwas anderer Form) einen Regler 1. Ordnung.

Mit einem Beobachterpolynom $\hat{\Delta}(s) = s + b$ liefert das Gleichungssystem Gl. 3.4.26

$$\begin{pmatrix} N_{R_0} & Z_{R_{n1}} & Z_{R_{n0}} & Z_{R_{i1}} & Z_{R_{i0}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{T_A} & \frac{1}{T_A T_M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_A T_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_A T_M} \\ 0 & \frac{1}{T_A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/T_A & 0 \end{pmatrix} = (1 \text{ b}) \begin{pmatrix} 1 & a_{1n} & a_{on} & 0 \\ 0 & 1 & a_{1n} & a_{on} \end{pmatrix}$$

die Reglerübertragungsfunktionen für den Drehzahlregelkreis

$$F_{R_n}(s) = \frac{Z_{R_{n1}} s + Z_{R_{n0}}}{s + b} ; F_{R_{iA}}(s) = \frac{Z_{R_{i1}} s + Z_{R_{i0}}}{s + b} ;$$

mit den Koeffizienten $Z_{R_{n0}} = T_A T_M b a_{on}$; $Z_{R_{n1}} = T_A T_M (a_{on} + b a_{1n}) - 1$

$$Z_{R_{i0}} = 0 \quad (\text{analog zu Abschn. 3.5.2})$$

$$Z_{R_{i1}} = T_A (a_{1n} + b) - 1$$

$$N_{R_0} = 1$$

und

$$F_{R_{uA}}(s) = \frac{N_R(s) - \Delta(s)}{\Delta(s)}$$

$$= \frac{-b}{s+b} .$$

Der konstante Vorfaktor bei der Führungsgröße ist $L_n = T_A T_M a_{on}$.

Der ablösende Regelkreis für den Ankerstrom soll gut gedämpft sein, damit kein Überschwingen über die Extremwerte erfolgt. Weiterhin sollte unabhängig von der Last der maximal mögliche Ankerstrom fließen, möglichst auch dann noch, wenn am Eingang der Strecke additive, zeitweise konstante Störungen vorliegen (entspricht in manchen Fällen Schwankungen der Versorgungsspannung). Ein Zustandsregler erster Ordnung mit I-Anteil ist in der Lage, die gestellten Aufgaben zu bewältigen.

Für den Ankerstromregelkreis liegt dieselbe Strecke vor wie für den Drehzahlregelkreis mit dem Unterschied, daß hier der Ankerstrom Regelgröße ist.

Das Führungsverhalten soll lauten

$$\tilde{F}_{iA}(s) = \frac{1}{s^2 + a_{oi} s} \begin{pmatrix} 1 \\ T_A T_M \\ s \frac{1}{T_A} \end{pmatrix} T_A a_{oi} .$$

Man sieht, daß bezüglich des Ankerstroms ein Verzögerungsglied 1. Ordnung entsteht, wodurch überschwingungsfreies Übergangsverhalten sichergestellt wird. Die linke Seite des Gleichungssystems zur Reglerberechnung ist identisch zu der bei der Drehzahlregler-Berechnung. Es ist lediglich eine neue rechte Seite einzusetzen, die durch das andere $\tilde{N}(s) = s^2 + a_{oi} s$ und ein anderes Beobachterpolynom $\Delta(s) = s + a$ entsteht. Sie lautet:

$$(1 a) \begin{pmatrix} 1 & a_{oi} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a_{oi} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (a_{oi} + a) & a_{oi} & 0 \end{pmatrix}.$$

Daraus erhält man den Regler für den Ankerstromregelkreis:

$$F_{R_n}(s) = \frac{Z_{R_{n1}} s + Z_{R_{no}}}{s + a}; F_{Ri_A}(s) = \frac{Z_{R_{i1}} s + Z_{R_{io}}}{s + a}$$

mit den Koeffizienten $Z_{R_{no}} = 0$. Die Größe $Z_{R_{n1}}$ ist wählbar.
Durch

$$Z_{R_{n1}} = -1$$

erreicht man, daß die interne drehzahlproportionale Gegenspannung e_A kompensiert und der Ankerstromkreis lastunabhängig wird.

Weiterhin ergibt sich

$$Z_{R_{io}} = T_A a_{oi}; Z_{R_{i1}} = T_A(a_{oi} + a) - 1$$

und
$$F_{Ru_A}(s) = \frac{-a}{s + a} .$$

Der konstante Vorfaktor ergibt sich zu $L_i = T_A a_{oi}$.

In Bild 5.6 ist die Analogrechenschaltung zu diesem Beispiel dargestellt.

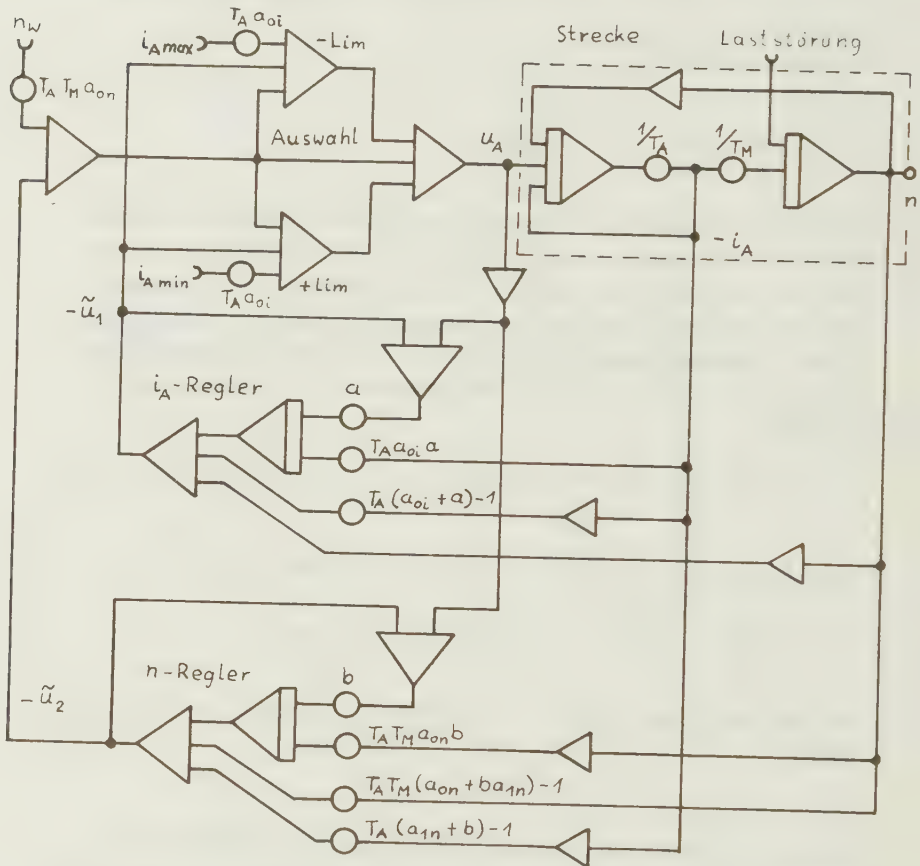


Bild 5.6: Analogrechenschaltung zur Ablöseregelung mit Zustandsreglern bei der fremderregten Gleichstrommaschine

Bild 5.7 zeigt verschiedene Betriebszustände dieser Ablöseregelung.

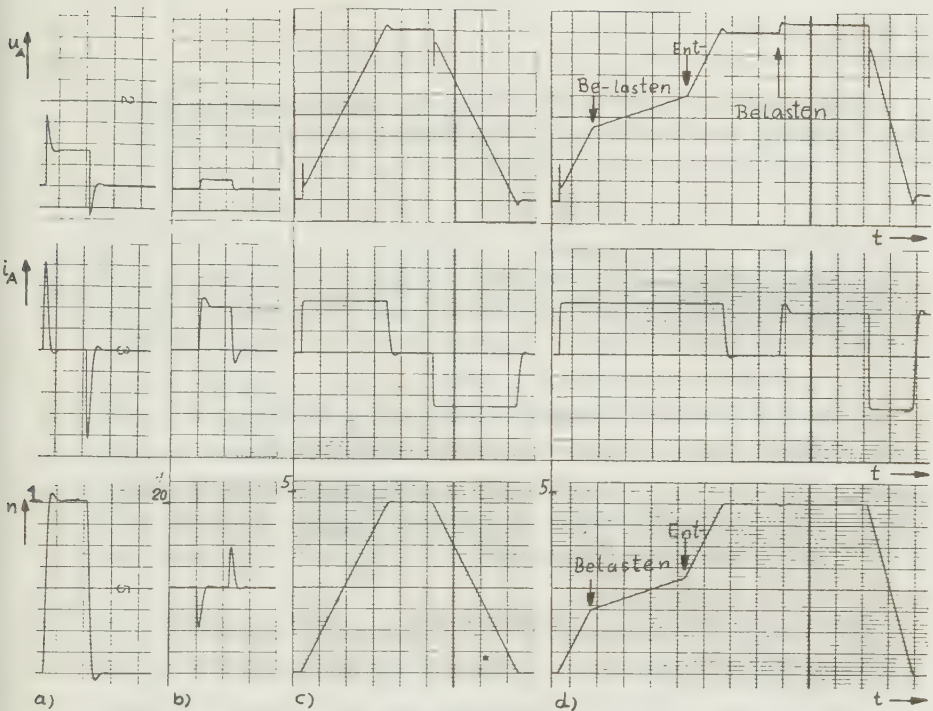


Bild 5.7: Verschiedene Übergangsfunktionen mit einer Ablöseregulierung bei der fremderregten Gleichstrommaschine

$$T_A = 50\text{ms}; T_M = 200\text{ms}; a = \frac{8}{T_A}; a_{oi} = \frac{4}{T_A}; b = \frac{8}{T_M}; a_{on} = \frac{8}{T_M}; a_{1n} = \frac{4}{T_M}$$

- a) Führungsübergang ohne Begrenzung
- b) Be- und Entlasten
- c) Unbelastetes Hochlaufen und Abbremsen bei Ankerstrombegrenzung
- d) Lastwechsel beim Hochlaufen sowie Bremsen mit Last bei Ankerstrombegrenzung

Aus den Übergangsfunktionen wird deutlich, daß die bezüglich des Ankerstromes gestellten Anforderungen erfüllt werden. Entscheidend ist, daß bei Lasterhöhung im Anlaufbereich kein Absinken des Ankerstromes erfolgt, was bei Regelungen mit konventionellen Reglern der Fall ist. Die Drehzahlregelung ist im stationären Betrieb von der Ankerstromregelung unbeeinflußt. Man muß aber darauf achten, daß durch die Auswahl-schaltung nicht ähnliche Effekte auftreten, wie sie in Abschnitt 4.3.3, 4.3.4 und 4.4 dargestellt sind. Die Auswahl-schaltung wirkt nämlich als variable Begrenzung (vgl. Analogrechenschaltung Bild 5.6), die vom ab-lösenden Regler gesteuert wird. Durch diese Begrenzung kann der Drehzahl-

regelkreis unerwünschte nichtlineare Schwingungen ausführen. Die Dynamik des Drehzahlregelkreises muß deshalb auf die Ankerstrombegrenzung abgestimmt werden.

Ein Vergleich mit konventionellen Regelungen würde im Rahmen dieser Arbeit zu weit führen, zumal diese Regelungen durch eine Vielzahl von Modifikationen an die verschiedenen Anforderungen angepaßt worden sind. Es ist aber zu erwarten, daß mit der hier angegebenen Struktur meist bessere Regelgüten erzielbar sind.

Es wurde weiterhin nicht untersucht, welchen Einfluß ein Thyristorstellglied ausübt, das starke Welligkeit in den Meßsignalen erzeugt. Auch hier müßte es gelingen, durch die Wahl der Beobachterpole und möglicherweise erhöhte Beobachterordnung (vgl. 2.7 und 3.3) eine ausreichende Filterung der Meßsignale zu erreichen.

5.2 Kaskadenstruktur zur Beschränkung von Zustandsgrößen

5.2.1 Kaskadenstruktur mit konventionellen Reglern

An Stelle der Ablösestruktur zur Begrenzung von Zustandsgrößen der Regelstrecke wird häufig die Kaskadenstruktur verwendet. Hierbei sind die Regler so angeordnet, daß der Ausgang des "überlagerten" Regelkreises den Sollwert für den "unterlagerten" Kreis liefert. In Bild 5.8 ist das entstehende Blockschaltbild gezeigt.

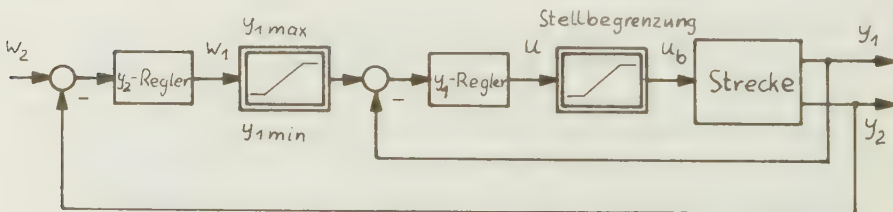


Bild 5.8: Kaskadenstruktur mit herkömmlichen Reglern

Die Begrenzung der Größe y_1 erzielt man durch Begrenzung des Sollwertes für den y_1 -Regler und gute Dämpfung dieses unterlagerten Regelkreises. Damit können beliebig viele Zustandsgrößen begrenzt werden, indem man die verschiedenen Kreise ineinanderschachtelt.

Höchste Priorität genießt der innerste Regelkreis, also der Regler, der die Stellgröße für die Strecke liefert. Der Unterschied zur Ablösestruktur besteht darin, daß für den überlagerten Regelkreis die vom unterlagerten Kreis geregelte Strecke vorliegt, während alle ablösenden Regler für die unregelte Strecke dimensioniert werden. Deshalb wird die Regelung bei mehrfachen Kaskaden relativ langsam, denn die unterlagerten Kreise erhöhen die Ordnung der "Strecke" für den überlagerten Kreis.

Je nach Anwendungsfall hat die Ablösestruktur oder die Kaskadenstruktur Vorteile. Im folgenden sollen deshalb auch die Einsatzmöglichkeiten von Zustandsreglern in Kaskadenstruktur untersucht werden.

5.2.2 Kaskadenstruktur I mit Zustandsreglern

Auch für den Einsatz in Kaskadenstruktur wäre es möglich, einen gemeinsamen Beobachter zu konstruieren, aus dessen Beobachtungsgrößen dann alle benötigten Rückführgrößen gebildet werden könnten. Die Berechnung und der Aufbau des Reglers auf diese Weise ist überaus komplex. Deshalb wird hier der einfachere Weg eingeschlagen und für jede Kaskade ein separater Zustandsregler gegebenenfalls mit Störkompensation eingesetzt. Dadurch entsteht eine Anordnung, wie sie in Bild 5.9 für den Fall zweier Meßgrößen gezeigt ist. Sie zeichnet sich durch größere Funktionssicherheit aus, da die einzelnen Beobachter getrennt realisiert werden.

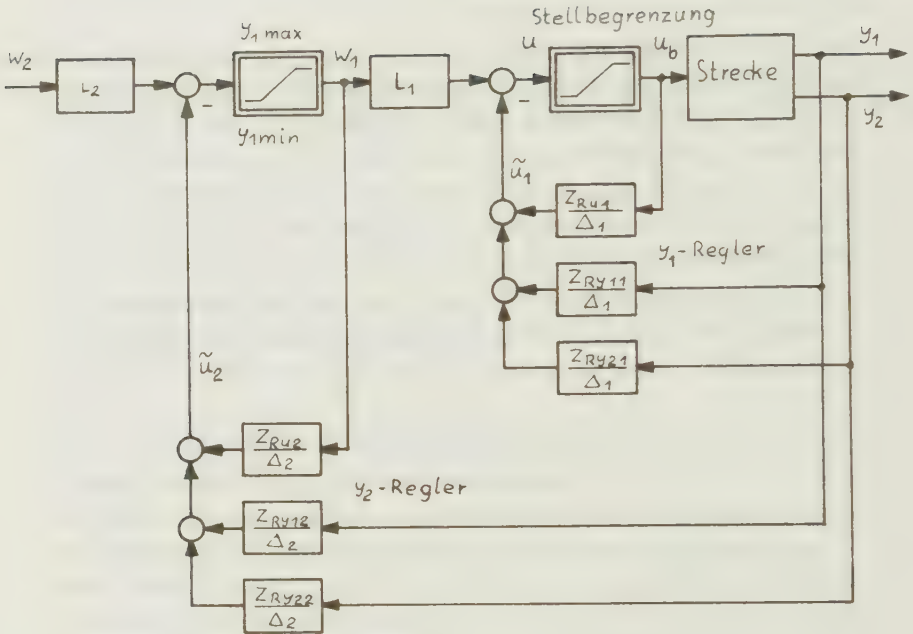


Bild 5.9: Blockschaltbild einer Kaskadenregelung mit Zustandsreglern (Kaskadenstruktur I)

An die Stelle der konventionellen Regler wurden Zustandsregler gesetzt. Der überlagerte Kreis hat die vom unterlagerten Regler geregelte Strecke vorliegen. Daraus ergibt sich der Reglerentwurf in einfacher Weise. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird die Bezeichnung

$$\begin{pmatrix} Z_{Rv11}(s) & Z_{Rv12}(s) & Z_{Rv13}(s) \\ Z_{Rv21}(s) & Z_{Rv22}(s) & Z_{Rv23}(s) \\ Z_{Rv31}(s) & Z_{Rv32}(s) & Z_{Rv33}(s) \end{pmatrix} \quad (5.2.1)$$

eingeführt. Die Strecke mit dem Übertragungsvektor

$$F(s) = Z(s) N^{-1}(s)$$

soll bezüglich w_1 ein Führungsverhalten gemäß

$$\frac{y_1(s)}{w_1(s)} = Z_1(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 \quad (5.2.2)$$

erhalten. Mit einem Beobachterpolynom $\Delta_1(s)$ berechnet sich also der unterlagerte Regler aus

$$(Z_{Ru1}(s) \quad Z_{Ry1}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \Delta_1(s) (\tilde{N}_1(s) - N(s)) \quad (5.2.3)$$

(vgl. Gl. 2.4.24). Der Index 1 soll andeuten, daß es sich um den Regler für y_1 handelt. Bei Einbeziehung von Störgrößenkompensation sind die entsprechenden Gleichungen aus Abschnitt 3 zu verwenden. Der überlagerte Kreis enthält als Strecke das System mit dem Übertragungsvektor

$$\tilde{F}_1 = Z(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1. \quad (5.2.4)$$

Für das Führungsverhalten dieses Regelkreises wird gefordert

$$\frac{y_2(s)}{w_2(s)} = Z_2(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) L_2. \quad (5.2.5)$$

Mit dem Beobachterpolynom $\Delta_2(s)$ berechnet man den Regler aus

$$(Z_{Ru2}(s) \quad Z_{Ry2}^T(s)) \begin{pmatrix} L_1^{-1} \tilde{N}_1(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \Delta_2(s) [\tilde{N}_2(s) - L_1^{-1} \tilde{N}_1(s)] \quad (5.2.6)$$

oder entsprechenden Gleichungen aus Abschnitt 3. Die Vorfaktoren L_i sorgen dafür, daß ohne Störung im eingeschwungenen Zustand Führungsgröße und Regelgröße übereinstimmen. Diese Faktoren können aber auch in die jeweilige Begrenzung des Führungssignals eingerechnet werden. An Stelle der Begrenzungswerte $y_{i \max}$ bzw. $y_{i \min}$ wird eine Begrenzung auf die Werte $L_i y_{i \max}$ bzw. $L_i y_{i \min}$ vorgenommen. Damit haben die Übertragungsfunktionen die Form

$$\frac{y_i}{w_i} = Z_i(s) \tilde{N}_i^{-1}(s) \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (5.2.7)$$

und der Reglerentwurf vereinfacht sich auf

$$(Z_{Ru(i+1)}(s) \quad Z_{Ry(i+1)}^T(s)) \begin{pmatrix} \tilde{N}_i(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \Delta_{i+1}(s) (\tilde{N}_{i+1}(s) - \tilde{N}_i(s)). \quad (5.2.8)$$

Nur der äußerste Kreis für die Hauptregelgröße erhält den zugehörigen Vorfaktor L_1 .

Vorteilhaft erweist sich die Möglichkeit, alle Meßgrößen bei jeder Kaskade einzubeziehen. Dadurch kann die Dynamik der Einzelkreise und der Gesamtanordnung gegenüber der konventionellen Regelung verbessert werden. Die Tatsache, daß von der Führungsgröße aus in Zustandsregelkreisen kein Beobachtereigenwert angeregt werden kann, wirkt sich besonders bei der Kaskadenregelung positiv aus. Dadurch ist die Ordnung der Strecke, die der überlagerte Regler zu regeln hat, nicht höher als die der unregelmäßigten Strecke (im Gegensatz zur Kaskadenregelung in der üblichen Weise). Lediglich beim Einwirken von Störungen können die Beobachterpole aller Regler angeregt werden. Darin unterscheidet sich die Kaskadenstruktur von der Ablösestruktur. Während jeweils nur ein Ablöseregler im Eingriff ist und bei Störungen nur dessen Beobachterpole das Verhalten beeinflussen, sind bei der Kaskadenregelung meist mehrere Regler an der Regelung beteiligt. Dadurch entsteht eine andere Dynamik bei Störeinflüssen. Das Führungsverhalten kann dagegen (Linearität vorausgesetzt) bei beiden Strukturen gleich gestaltet werden.

In manchen Fällen hat die angegebene Kaskadenstruktur I (vgl. Bild 5.9) einen entscheidenden Nachteil gegenüber der Ablösestruktur. Tritt in einem unterlagerten Kreis eine Begrenzung auf (z.B. Stellglied), so wird dies vom überlagerten Kreis als Störung interpretiert, und es kommt zu Beobachtungsfehlern im Beobachter des überlagerten Regelkreises. Besonders gravierend wirkt sich dieser Fehler aus, wenn der Regler mit einem Störbeobachter versehen ist, der durch den Beobachtungsfehler angeregt wird (vgl. Abschn. 4). Ist die Führungsgröße des unterlagerten Kreises dagegen auch am Anschlag, so tritt kein Aufschaukeln des Störbeobachters im überlagerten Kreis auf. Die Anwendung der hier angegebenen Struktur empfiehlt sich nur in den Fällen, in denen bei Führungsgrößenänderung bzw. Störung die Begrenzung gleichzeitig oder nacheinander von außen nach innen (überlagerte Kreis zuerst) ansprechen, und das Ablösen von den Begrenzungen in umgekehrter Reihenfolge abläuft (dies gilt auch für die konventionelle Kaskadenregelung).

Eine veränderte Struktur, die den geschilderten Nachteil nicht aufweist, soll im folgenden erläutert werden.

5.2.3 Kaskadenstruktur II mit Zustandsreglern

Im vorigen Abschnitt wurde erläutert, daß bei den Kaskadenstrukturen I (vgl. Bild 5.9) Beobachtungsfehler im Hauptregelkreis entstehen können, wenn der unterlagerte Regelkreis eine Begrenzung enthält. Dies wird dadurch verursacht, daß der Beobachter eine falsche Information über die Streckeneingangsgröße erhält. Man vermeidet derartige Fehler mit einer modifizierten Struktur, die in Bild 5.10 für zwei Ausgangsgrößen gezeigt ist.

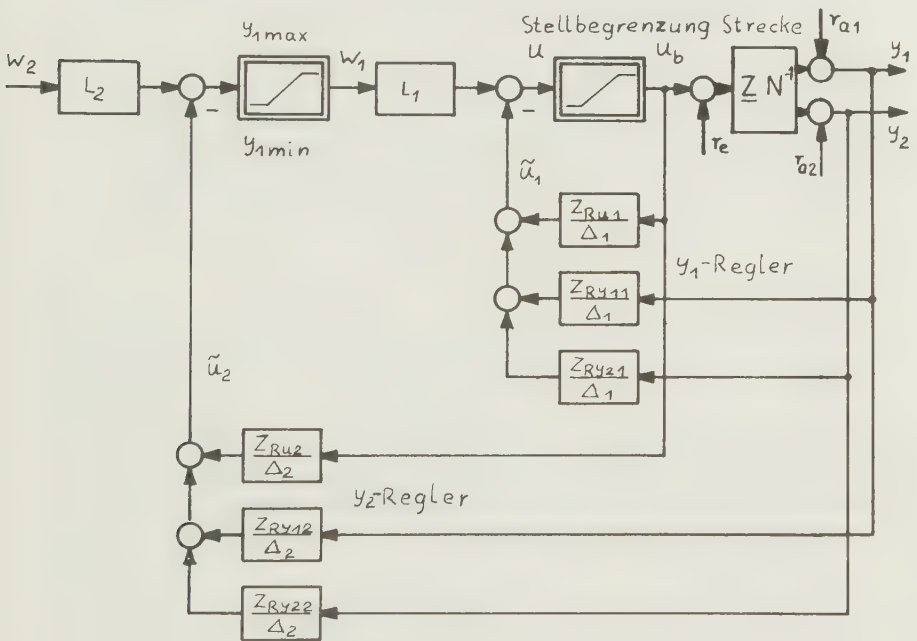


Bild 5.10: Blockschaltbild einer Kaskadenregelung mit Zustandsreglern (Kaskadenstruktur II)

Wie man aus dem Vergleich mit Bild 5.9 erkennt, wird hier die aktuell am Streckeneingang anliegende Stellgröße in jeden Zustandsregler eingespeist. Damit kann bei keiner Kombination von Begrenzungen in der Regelungseinrichtung ein Beobachtungsfehler entstehen.

Leider ist hier die Reglerberechnung nicht mehr so einfach wie bei den bisher dargestellten Strukturen, wenn man Störkompensation vornehmen will.

5.2.3.1 Reglerentwurf für die Kaskadenstruktur II ohne Störkompensation

Die Berechnung des innersten Regelkreises kann auch hier in der bekannten Weise erfolgen. Für das Verhalten der einzelnen Kreise werden dieselben Vorgaben wie bei der Kaskadenstruktur I zugrunde gelegt.

Durch die Regelung des innersten Reglers entsteht ein Stellsignal (vgl. Bild 5.10)

$$u(s) = N(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s), \quad (5.2.9)$$

denn es soll für

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) N^{-1}(s) u(s) \quad (5.2.10)$$

gelten $\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s).$ (5.2.11)

Diese und die nachfolgenden Überlegungen gelten nur für den linearen Fall. Sprechen Begrenzer an, so werden dadurch einzelne Regelkreise aufgetrennt. Dies bleibt ohne nachteilige Folgen, solange man dafür sorgt, daß von u aus in keinem Beobachter ein Beobachtungsfehler angeregt werden kann.

Die Rückführgröße $\tilde{u}_2$ des überlagerten Kreises berechnet man nach Bild 5.10:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_2(s) &= \Delta_2^{-1}(s) Z_{Ru2}(s) u(s) + \Delta_2^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry2}^T(s) \underline{Z}(s) N^{-1}(s) u(s) \\ &= \Delta_2^{-1}(s) Z_{Ru2}(s) N(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s) \\ &\quad + \Delta_2^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry2}^T(s) \underline{Z}(s) \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s). \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

Mit

$$w_1(s) = L_2 w_2(s) - \tilde{u}_2(s)$$

erhält man daraus

$$w_1(s) = L_2 w_2(s) - \Delta_2^{-1}(s) (Z_{Ru2}(s) + Z_{Ry2}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s) \quad (5.2.13)$$

und nach dem Ordnen bezüglich $w_1(s)$ und $w_2(s)$

$$\left[\Delta_2(s) L_1^{-1} \tilde{N}_1(s) + (Z_{Ru2}(s) + Z_{Ry2}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} \tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 \right] w_1(s) = \Delta_2(s) L_2 w_2(s). \quad (5.2.14)$$

Fordert man, daß für die eckige Klammer auf der linken Seite gilt

$$\Delta_2(s) L_1^{-1} \tilde{N}_1(s) + (Z_{Ru2}(s) + Z_{Ry2}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} \tilde{N}_1^{-1}(s) = \Delta_2(s) \tilde{N}_2^{-1}(s), \quad (5.2.15)$$

so erhält man

$$\tilde{N}_1^{-1}(s) L_1 w_1(s) = \tilde{N}_2^{-1}(s) L_2 w_2(s). \quad (5.2.16)$$

Dies bedeutet, daß man mit Gl. (5.2.11)

$$y(s) = Z(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) L_2 w_2(s) \quad (5.2.17)$$

gewinnt. Man erreicht also durch die Forderung von Gl. 5.2.15, daß von w_2 aus kein Beobachter angeregt werden kann.

Durch einen Regler, der die Gleichung

$$(Z_{Ru2}(s) + Z_{Ry2}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \Delta_2(s) (\tilde{N}_2(s) - L_1^{-1} \tilde{N}_1(s)) \quad (5.2.18)$$

erfüllt, erzeugt man somit bezüglich der Führungsgröße $w_2(s)$ einen Übertragungsvektor

$$\tilde{F}_{w_2}(s) = Z(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) L_2. \quad (5.2.19)$$

Auch hier kann man die Vorfaktoren L_i in die jeweiligen Begrenzungswerte einrechnen, indem man die Begrenzungen auf die Werte

$$L_i y_{i \max} \quad \text{bzw.} \quad L_i y_{i \min}$$

einstellt.

Damit entfallen diese Faktoren in der Entwurfsgleichung, und man erhält die einzelnen Regler aus der Gleichung

$$(Z_{Ru_{i+1}}(s) + Z_{Ry_{i+1}}^T(s)) \begin{pmatrix} N(s) \\ Z(s) \end{pmatrix} = \Delta_{i+1}(s) (\tilde{N}_{i+1}(s) - \tilde{N}_i(s)) \quad (i = 1, 2, \dots). \quad (5.2.20)$$

Man erkennt, daß beim Entwurfsverfahren jeweils nur die rechte Seite zu ändern ist, um den Regler des überlagerten Kreises zu berechnen.

5.2.3.2 Reglerentwurf für die Kaskadenstruktur II mit Störgrößenkompensation

Während die Einbeziehung eines Störbeobachters bei der Kaskadenstruktur I ohne Änderung des Verfahrens von Abschnitt 3 erfolgen kann, muß man bei der Kaskadenstruktur II die Reglerberechnung modifizieren. Zunächst wird der Fall eingangsseitiger Störungen behandelt.

Störungen am Eingang der Strecke

Mit Hilfe von Bild 5.10 errechnet man für die Störung $r_e(t) \neq 0$ ($r_{a1}(t) = 0$; $r_{a2}(t) = 0$; $w_2(t) = 0$; alle $L_i = 1$), durch Verlegen der Eingriffstelle von $r_e(s)$ an die erste Mischstelle

$$\underline{y}(s) = \underline{z}(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) \left[1 + \Delta_1^{-1}(s) Z_{Ru1}(s) + \Delta_2^{-1}(s) Z_{Ru2}(s) \right] r_e(s). \quad (5.2.21)$$

Da durch die Störung beide Beobachter $\{\Delta_1(s), \Delta_2(s)\}$ angeregt werden, muß man dies bei der Störgrößenkompensation berücksichtigen. Man fordert für vollständige Kompensation der Störung

$$r_e(s) = N_{st}^{-1}(s) r_{e0}(s),$$

$$\text{daß} \quad \left[1 + \Delta_1^{-1}(s) Z_{Ru1}(s) + \Delta_2^{-1}(s) Z_{Ru2}(s) \right] = \Delta_1^{-1}(s) \Delta_2^{-1}(s) \bar{Z}_{R2}(s) N_{st}(s) \quad (5.2.22)$$

erfüllt ist, was auf die Zusatzbedingung

$$\Delta_2(s) \Delta_1(s) + Z_{Ru1}(s) \Delta_2(s) + Z_{Ru2}(s) \Delta_1(s) = \bar{Z}_{R2}(s) N_{st}(s) \quad (5.2.23)$$

führt.

Geht man davon aus, daß der unterlagerte Kreis bereits mit einer Störkompensation für eingangsseitige Störungen ausgestattet ist, so gilt

$$(\Delta_1(s) + Z_{Ru1}(s)) = N_{R1}(s) N_{st}(s) \quad (\text{vgl. Gl. 3.4.3}).$$

Damit lautet die Zusatzbedingung für Störkompensation von r_e im überlagerten Kreis, denn das Beobachterpolynom $\Delta_1(s)$ kann das Störmodell nicht enthalten,

$$Z_{Ru2}(s) = \bar{Z}_{Ru2}(s) N_{st}(s) \quad (5.2.24)$$

Es muß also in $Z_{Ru2}(s)$ das Störmodell enthalten sein. Dann bewirkt die Störkompensation des unterlagerten Kreises auch die Ausregelung von eingangsseitigen Störungen bezüglich des überlagerten Kreises.

Allgemein erhält man bei der Kaskadenstruktur II eine Kompensation von eingangsseitigen Störungen in der ϱ -ten Kaskade, wenn die Reglerübertragungsfunktionen die Gleichung

$$\prod_{i=1}^{\varrho} \Delta_i(s) + \sum_{i=1}^{\varrho} Z_{Rui}(s) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{\varrho} \Delta_k(s) = \bar{Z}_{R\varrho}(s) N_{st}(s) \quad (5.2.25)$$

erfüllen.

Enthält die $(\varrho-1)$ -te Kaskade bereits das Störmodell $N_{st}(s)$, so vereinfacht sich die Zusatzbedingung wiederum auf die Aussage, daß $Z_{Ru\varrho}(s)$ das Störmodell enthalten muß gemäß

$$Z_{Ru\varrho}(s) = \bar{Z}_{R\varrho}(s) N_{st}(s) \quad (5.2.26)$$

Störungen am Ausgang der Strecke

Die Berechnung des innersten Regelkreises kann auch hier ohne Ergänzung nach Abschn. 3.4 durchgeführt werden. Für den überlagerten Kreis errechnet man nach Bild 5.10 ($w_2 = 0$; $r_e = 0$, alle $L_i = 1$)

$$\underline{y}(s) = \left\{ \underline{I} - \underline{Z}(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) \left[\underline{\Delta}_2^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry2}^T(s) + \underline{\Delta}_1^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry1}^T(s) \right] \right\} \underline{r}_a(s), \quad (5.2.27)$$

wobei die Störungen r_{a1} und r_{a2} zu einem Vektor

$$\begin{pmatrix} r_{a1}(s) \\ r_{a2}(s) \end{pmatrix} = \underline{r}_a(s)$$

zusammengefaßt sind. Mit einer Stellgröße kann im allgemeinen nur in einer Ausgangsgröße Störfreiung erreicht werden, so daß man für die zweite Ausgangsgröße, die jetzt Regelgröße ist, wie in Abschn. 3.4 zunächst

$$y_2(s) = \left\{ (0 \ 1) - Z_2(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) \left[\underline{\Delta}_2^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry2}^T(s) + \underline{\Delta}_1^{-1}(s) \underline{Z}_{Ry1}^T(s) \right] \right\} \underline{r}_a(s) \quad (5.2.28)$$

erhält. Berücksichtigt man, daß durch die Störungen beide Beobachter angeregt werden, kann man anschreiben

$$y_2(s) = z_2(s) \tilde{N}_2^{-1}(s) \Delta_1^{-1}(s) \Delta_2^{-1}(s) \tilde{z}(s) r_a(s) \quad (5.2.29)$$

mit

$$\tilde{z}(s) = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} z_2(s) \Delta_1(s) \tilde{N}_2(s) z_2^{-1}(s) \right\} - \left\{ \Delta_1(s) z_{Ry2}^T(s) + \Delta_2(s) z_{Ry1}^T(s) \right\}. \quad (5.2.30)$$

Aus dem Vergleich mit Gl. 3.4.12 wird der Unterschied zum Reglerentwurf ohne Kaskadenstruktur klar. An Stelle der Matrix $z_{Ry}(s)$ ist

$$(\Delta_1(s) z_{Ry2}^T(s) + \Delta_2(s) z_{Ry1}^T(s))$$

und in die Zusatzbedingung ist anstelle von $\underline{\Delta}(s)$ $\tilde{N}(s)$ der Ausdruck

$$\Delta_1(s) z_2(s) \tilde{N}_2(s)$$

einzusetzen.

Da $\Delta_1(s)$ und $\Delta_2(s)$ Polynome sind, können sie auch von rechts multipliziert werden, so daß entsprechend Gl. 3.4.21 und 3.4.25 für die Kaskadenstruktur II die Entwurfsgleichungen für die den überlagerten Kreis lauten:

$$\begin{pmatrix} z_{Ru2}(s) & z_{Ry2}^T(s) & z_{Ry1}^T(s) & \tilde{z}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N(s) & 0 & 0 \\ z_1(s) & 0 & \Delta_1(s) \\ z_2(s) & z_2(s) \Delta_1(s) & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_2(s) \\ 0 & z_2(s) \Delta_2(s) & 0 \\ 0 & N_{sta2}(s) z_2(s) & N_{sta1}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_2(s) [\tilde{N}_2(s) - \tilde{N}_1(s)] & \Delta_1(s) \Delta_2(s) \tilde{N}_2(s) & 0 \end{pmatrix} \quad (5.2.31)$$

wenn man die Zerlegung der Störung gemäß

$$r_a(s) = N_{sta}^{-1}(s) z_{sta}(s) r_o(s) \quad (\text{vgl. Gl. 3.4.7})$$

vornimmt.

Dabei ist der Vektor $z_{Ry1}^T(s)$ schon durch den unterlagerten Kreis festgelegt.

Wird die Zerlegung

$$r_a(s) = \tilde{z}_{sta}(s) \tilde{N}_{sta}^{-1}(s) r_o(s) \quad (\text{vgl. Gl. 3.4.8})$$

zugrunde gelegt, erhält man

$$\begin{pmatrix} \underline{Z}_{Ru2}(s) & \underline{Z}_{Ry2}^T(s) & \underline{Z}_{Ry1}^T(s) & \underline{Z}^*(s) \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} N(s) & 0 \\ \underline{Z}(s) & \underline{Z}_{sta}(s) \underline{Z}_2(s) \underline{L}_1(s) \\ 0 & \underline{Z}_{sta}(s) \underline{Z}_2(s) \underline{L}_2(s) \\ 0 & \underline{N}_{sta} \underline{Z}_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{L}_2(s) [\tilde{N}_2(s) - \tilde{N}_1(s)] \underline{L}_1(s) \underline{L}_2(s) \tilde{N}_2(s) \underline{Z}_{sta2}^T(s) \end{pmatrix} \quad (5.2.32)$$

Auch hier ist $\underline{Z}_{Ry1}^T(s)$ bereits festgelegt. Sind mehrere Kaskaden zu berechnen, so ist das angegebene Verfahren entsprechend zu erweitern.

5.2.4 Kaskadenregelung mit Zustandsreglern zur Begrenzung des Ankerstromes bei der fremderregten Gleichstrommaschine

Am Beispiel der fremderregten Gleichstrommaschine sollen auch die beiden Kaskadenstrukturen zur Begrenzung des Ankerstromes berechnet werden und die Regelergebnisse an Hand von Analogrechnersimulationen gezeigt werden. Es wird derselbe Ankerstromregler wie bei der Ablöseregelung in Abschn. 5.1.3 verwendet. Für den überlagerten Drehzahlregelkreis liegt bei der Kaskadenstruktur I die vom Ankerstromregler geregelte Strecke vor, d.h. für die Berechnung des Drehzahlreglers hat die Strecke den Übertragungsvektor

$$\underline{F}(s) = \tilde{\underline{F}}_i(s) = \frac{1}{s^2 + a_{oi}} s \begin{pmatrix} s/T_A \\ 1/T_A \end{pmatrix} T_A a_{oi}.$$

Die Drehzahlregelung soll ebenfalls denselben Übertragungsvektor wie die Ablöseregelung besitzen

$$\tilde{\underline{F}}_n(s) = \frac{1}{s^2 + a_{1n}s + a_{on}} \begin{pmatrix} s/T_A \\ 1/T_A \end{pmatrix} T_A T_M a_{on}.$$

Die Reglerberechnung findet man im Beispiel Abschn. 3.5.2

$$F_{Ri}(s) = \frac{\frac{s \cdot 1n \cdot 10}{s_{0i}} - 1}{s + b}$$

$$F_{Rn}(s) = \frac{\frac{T_M}{a_{0i}} \{ (a_{on} + b a_{1n}) s + a_{on} b \}}{s + b}$$

$$F_{Ru}(s) = \frac{-D}{s + b}$$

Drehzahlregler für
Kaskadenstruktur I

In Bild 5.11 sind die Analogrechenschaltung für dieses Beispiel und in Bild 5.12 einige Betriebszustände gezeigt.

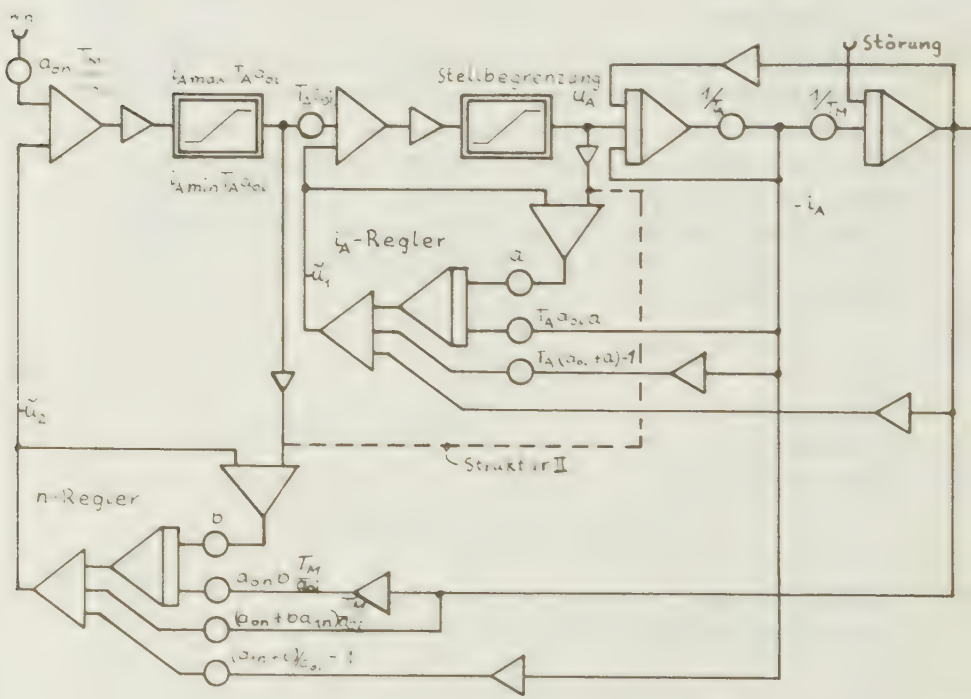


Bild 5.11: Analogrechenschaltung zu Kaskadenstruktur I zur Regelung einer fremderregten Gleichstrommaschine

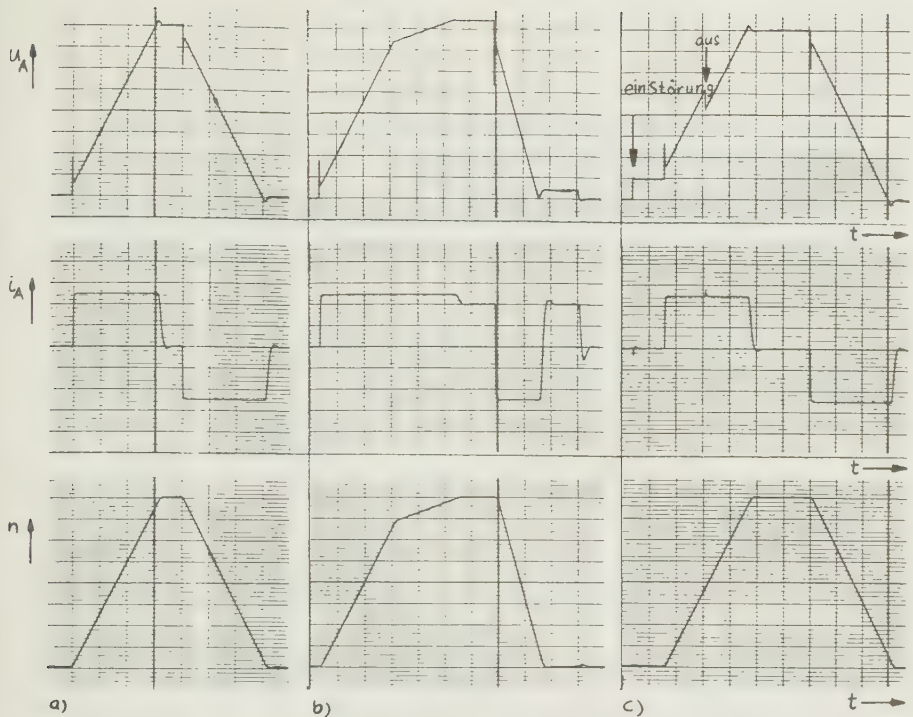


Bild 5.12: Verschiedene Betriebszustände bei Regelung mit Kaskadenstruktur I
 $T_A=50\text{ms}$; $T_M=200\text{ms}$; $a = 8/T_A$; $a_{oi} = 4/T_A$; $b = 8/T_M$; $a_{on} = 8/T_M$; $a_{in} = 4/T_M$

- a) Anfahren und Bremsen ohne Last
- b) Belasten beim Anfahren - Bremsen mit Last - Entlasten
- c) Sprungförmige Störung am Eingang der Strecke während des Anfahrens

Vergleicht man die verschiedenen Übergangsvorgänge mit den Ergebnissen der Ablöseregelung in Bild 5.7 S. 109, so kann man keine Unterschiede feststellen. Tritt eine Störung am Eingang der Strecke auf (vgl. Bild 5.12c), so übersteigt der Strom beim Verschwinden der Störung während des Hochlaufvorganges den maximal zulässigen Wert (bei der Ablöseregelung tritt dies ebenfalls auf). Solche Störungen entsprechen in manchen Fällen einer Netzspannungsstörung.

Man kann aber davon ausgehen, daß die "Netzerholung" (Ende der Störung am Eingang der Strecke) nicht sprunghaft erfolgt. Der Ankerstrom übersteigt dann seinen Maximalwert noch viel weniger als in Bild 5.12c zu

erkennen ist. In den dargestellten Betriebsfällen zeigt also auch die Kaskadenstruktur I sehr gutes Verhalten.

Für die Kaskadenstruktur II lautet die Reglerentwurfsgleichung für die überlagerte Drehzahlregelung ohne Zusatzbedingung (1. Spalte von Gleichung 5.2.32)

$$\begin{aligned}
 (Z_{Ru0} \ Z_{Rn1} \ Z_{Rno} \ Z_{Ri1} \ Z_{Rio}) & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1/T_A & 1/T_A \ T_M \\ 0 & 0 & 1/T_A \ T_M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/T_A \ T_M \\ 0 & 1/T_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/T_A & 0 \end{pmatrix} = \\
 & = (1 \ b) \begin{pmatrix} 0 & a_{1n} & -a_{oi} & a_{on} & 0 \\ 0 & 0 & a_{1n} & -a_{oi} & a_{on} \end{pmatrix} .
 \end{aligned}$$

Der Koeffizient Z_{Ru0} ist vorgebar, und er wird zu

$$Z_{Ru0} = 0$$

festgelegt. Dadurch werden im Drehzahlregelkreis (nach Gl. 5.2.24) eingangsseitige, sprungförmige Störungen ausgeregelt, denn der unterlagerte Ankerstromkreis hat bereits ein Modell für diese Störung (vgl. Abschnitt 5.1.3). Damit sind die Koeffizienten

$$Z_{Rno} = T_A \ T_M \ b \ a_{on}$$

und $Z_{Ri1} = T_A (a_{1n} - a_{oi})$

festgelegt.

Zur Bestimmung eines weiteren, frei wählbaren Koeffizienten Z_{Rn1} oder Z_{Rio} wird die 2. Spalte aus Gl. 5.2.32 herausgezogen (die 3. Spalte liefert keine neue Information).

Es muß gelten

$$\begin{aligned} Z_{Ry2}^T(s) \left(Z_2(s) \Delta_1^0(s) \right) + Z_{Ry1}^T(s) \left(Z_2(s) \Delta_2^0(s) \right) + \bar{Z}^*(s) N_{sta2}(s) Z_2(s) \\ = \Delta_1(s) \Delta_2(s) \tilde{N}_2(s). \end{aligned}$$

Mit den angegebenen Polynomen und den bereits bestimmten Koeffizienten lautet diese Gleichung

$$\begin{aligned} Z_{Rn}(s) \frac{1}{T_A T_M} (s+a) - s \frac{1}{T_A T_M} (s+b) + \bar{Z}^*(s) \left(\frac{0}{s^2 T_M} \right) \frac{1}{T_A T_M} = \\ = (s+a)(s+b)(s^2 + a_{1n}s + a_{on}) \end{aligned}$$

Sie wird mit $Z_{Rno} = T_A T_M b a_{on}$ (bereits festgelegt) und

$$Z_{Rn1} = T_A T_M (a_{on} + b a_{1n}) + b/a$$

erfüllt. Damit kann auch

$$Z_{Rio} = -b \left(T_A a_{oi} + \frac{1}{a T_M} \right)$$

berechnet werden. Für die Kaskadenstruktur II erhält man die Übertragungsfunktionen für den Drehzahlregler zu

$$\begin{aligned} F_{Ri}(s) &= \frac{T_A (a_{1n} - a_{oi})s - b \left(T_A a_{oi} + \frac{1}{a T_M} \right)}{s + b} \\ F_{Rn}(s) &= \frac{\left[T_A T_M (a_{on} + b a_{1n}) + \frac{b}{a} \right] s + T_A T_M b a_{on}}{s + b} \\ F_{Ru}(s) &= 0 \end{aligned}$$

Die Analogrechenschaltung ist bis auf die Rückführung des Stromsollwertes identisch mit Bild 5.11. In Bild 5.13 sind verschiedene Betriebszustände bei der Regelung der fremderregten Gleichstrommaschine mit der Kaskadenstruktur II gezeigt.

Diese Struktur erfüllt die Anforderungen, die an sie gestellt werden, ebenso wie die Kaskadenstruktur I.

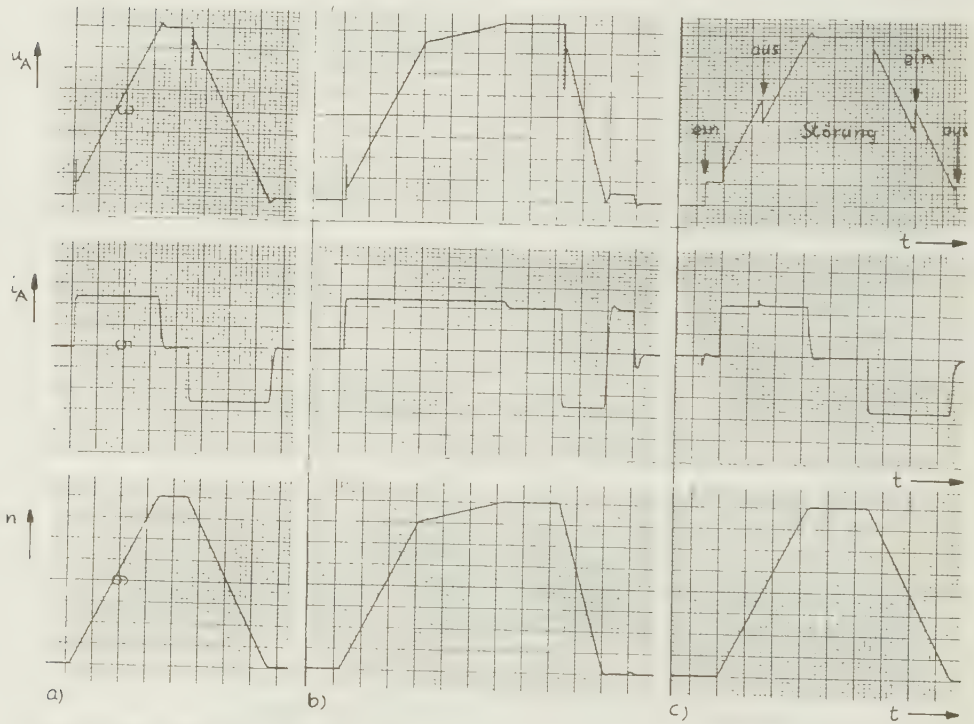


Bild 5.13: Übergangsfunktionen bei der Regelung einer fremderregten Gleichstrommaschine mit der Kaskadenstruktur II

$$T_A = 50 \text{ ms}; T_M = 200 \text{ ms}; a = 8/T_A; a_{oi} = 4/T_A; b = 8/T_M; a_{on} = 8/T_M; a_{1n} = 4/T_M$$

- a) Anfahren und Bremsen ohne Belastung
- b) Belastung während des Hochlaufs - Bremsen mit Last - Entlasten
- c) Sprungförmige Störung am Eingang der Strecke während des Anfahrens und Bremsen.

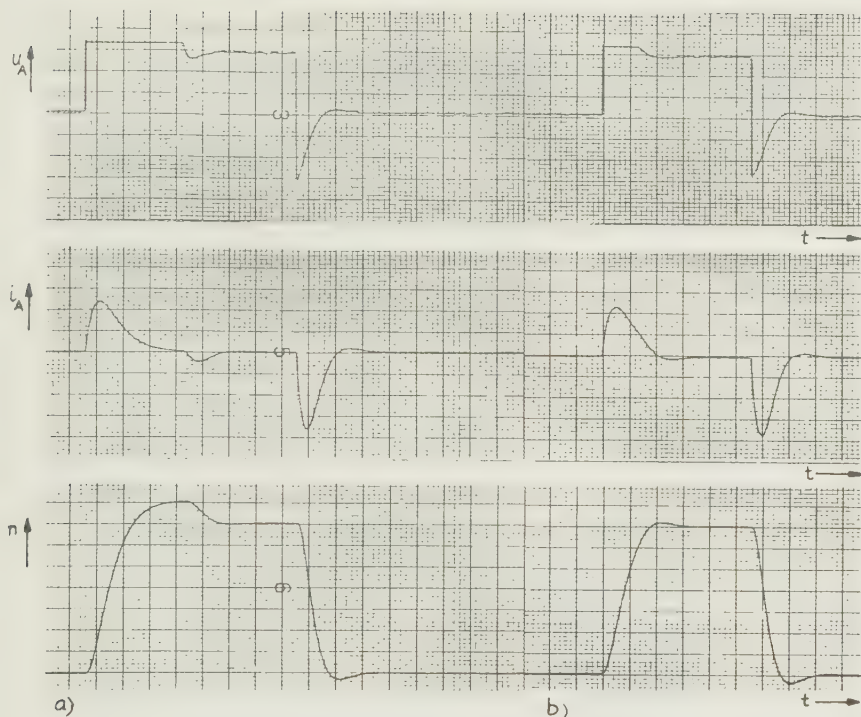


Bild 5.14: Führungsübergangsfunktionen einer fremderregten Gleichstrommaschine
 mit a) Kaskadenstruktur I
 b) Kaskadenstruktur II

Übergangsfunktionen beider Strukturen für den hier kritischen Fall, daß zwar der Stromsollwert (Ausgang des Drehzahlreglers) seinen Begrenzwert nicht erreicht, aber die Eingangsspannung des Motors begrenzt ist, sind in Bild 5.14 gezeigt. Deutlich wird erkennbar, daß hierbei die Kaskadenstruktur II vorteilhaft ist, da der Sollwert für die Drehzahl ohne Überschwingen in wesentlich kürzerer Zeit erreicht wird.

5.3 Zusammenfassung und Vergleich der Ergebnisse

Die erörterten Strukturen ermöglichen es, mehrere Regelgrößen wechselweise zu berücksichtigen, so daß man besonders bei Weitbereichsregelungen und Anfahrvorgängen maximal zulässige Werte von Zustandsgrößen der Strecke einhalten kann. Dabei unterscheiden sich die Ablösestruktur und die Kaskadenstruktur I vom konventionellen Konzept nur darin, daß Zustandsregler die konventionellen Regler ersetzen. Vorteilhaft erweist sich die Möglichkeit, durch das Zustandsreglerkonzept systematisch alle verfügbaren Meßgrößen in die Regelung einbeziehen zu können (also auch mehr als in den Bildern 5.3, 5.9 und 5.10 eingezeichnet sind), wodurch die Dynamik der Regelanordnung gegenüber konventionellen Regelungen verbessert werden kann.

Die Störkompensation mit Hilfe von Störbeobachtern, wie sie bei der Zustandsregelung vorgenommen wird, erhöht die Einsicht in die Vorgänge bei ablösenden Reglern und bei Kaskadenregelungen mit Begrenzungen (vgl. Abschn. 4). So wird es überhaupt erst möglich, eine Struktur wie die Kaskadenstruktur II zu entwickeln, mit der es gelingt, die Anwendung von Kaskadenregelungen zu erweitern. Die Kaskadenstruktur II hat in allen Betriebszuständen im wesentlichen gleiches dynamisches Verhalten wie die Ablöseregelung. Die Einschränkung auf Anwendungen, bei denen die einzelnen Begrenzungen in ganz bestimmter Weise ansprechen (vgl. Abschn. 5.2.2), gilt nur für die Kaskadenstruktur I. Ablösestruktur und Kaskadenstruktur II unterscheiden sich nur im Störverhalten, denn bei der Ablösestruktur wirkt sich nur der Beobachter des gerade im Eingriff befindlichen Reglers aus, während sich bei der Kaskadenstruktur der Einfluß mehrerer Beobachter bemerkbar macht.

Weitere Anwendungsbereiche für Ablöse- und Kaskadenstrukturen bilden Strecken, die innere Begrenzungen und Anschläge besitzen. Werden diese nicht berücksichtigt, so kommt es meist aufgrund des Störbeobachters im Regler (I-Anteil bei konventionellen Reglern) zu mehr oder weniger starken Abweichungen vom gewünschten Verhalten (Überschwingen). Durch den Einsatz von Ablöse- oder Kaskadenreglern für die entsprechenden Größen wird vermieden, daß ein Regler an eine nichtlinear arbeitende Strecke angeschlossen wird, denn der jeweils arbeitende Regler hat einen linearen Streckenteil zu regeln. Somit kann für alle Regelkreise die li-

neare Theorie angewendet werden, ohne daß man auf möglichst vollständige Ausnutzung der Stellmöglichkeiten verzichtet, wie dies bei anderen linearen Verfahren geschieht.

6 ZUSTANDSREGELUNG VON STRECKEN, DEREN MATHEMATISCHES MODELL UNGENAU IST

In den bisherigen Abschnitten wurde davon ausgegangen, daß die zur Reglerberechnung verwendeten mathematischen Modelle der Strecken (Zustandsraumdarstellungen oder Frequenzbereichsdarstellungen) exakt mit den Strecken übereinstimmen. Bei praktischen Problemen muß man aber damit rechnen, daß zwischen Modell und Strecke Abweichungen vorhanden sind. Diese entstehen durch Vernachlässigungen, Idealisierungen und verfälschte oder verrauschte Messungen bei der Modellbildung und dergleichen mehr.

Werden nun ungenaue Modelle zur Berechnung von Zustandsreglern herangezogen, so wird das Verhalten des Regelkreises mit der realen Strecke vom gewünschten Verhalten abweichen. Ein Einsatz von Zustandsreglern ist erst dann möglich, wenn man abschätzen kann, wie groß die Abweichungen vom gewünschten Verhalten möglicherweise werden, und durch welche gezielte Maßnahmen gegebenenfalls Verbesserungen zu erreichen sind. Ein theoretischer Zugang ist nicht zuletzt wegen der Vielzahl der Einflußgrößen und der Verschiedenartigkeit der Identifikationsverfahren äußerst schwierig. Aus den Ergebnissen einer Reihe von Versuchen, die in den Arbeiten [32,33] angestellt wurden, können einige Schlüsse für die Regelung ungenau identifizierter Strecken gezogen werden.

6.1 Auswirkungen ungenauer Streckenmodelle auf das Regel- ergebnis mit Zustandsreglern

Im Folgenden wird über Erfahrungen bei Eingrößensystemen berichtet. Man kann sich deshalb auf die Modellbildung durch Übertragungsfunktionen beschränken, denn die Regelung wird lediglich durch das Eingangs- Ausgangsverhalten der Strecke beeinflusst.

Für die Modellbildung wurden verschiedene Verfahren, bei denen aus der Sprungantwort der Strecke die Modellparameter ermittelt werden, und die Frequenzgangmessung verwendet.

Modelle niedriger Ordnung

In vielen Fällen werden Streckenmodelle ermittelt, deren Ordnung gegenüber der Strecke zu niedrig ist. Ursache dafür ist z.B. die Vernachlässigung von kleinen Zeitkonstanten bei der Frequenzgangmessung. Bei der

Identifizierung aus der Sprungantwort geschieht die Verringerung der Ordnung dadurch, daß ein Modell von zu niedriger Ordnung angesetzt wird. Welche Auswirkungen dies hat, kann man an dem Regelergebnis von Bild 6.1 erkennen. Die Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$F_{S1}(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$

wurde mit der Modellübertragungsfunktion

$$F_{M1}(s) = \frac{0,125}{(s+1)^2}$$

modelliert. Der mit diesem Modell berechnete Zustandsregler (einschließlich Beobachter und Integralanteil) zeigt zusammen mit der Strecke (F_{S1}) ein Regelkreisverhalten mit starker Schwingneigung (gewünschte Pole des geschlossenen Kreises bei $s = -4$ (dreifach) und $s = -5$). Wird für den geschlossenen Kreis ein langsames Übergangsverhalten vorgegeben (Pole bei $s = -3$ (dreifach) und $s = -4$), so ist diese Schwingneigung wesentlich geringer (vgl. Bild 6.2) und das Übergangsverhalten nähert sich dem gewünschten an, das man mit dem Streckenmodell erzielt.

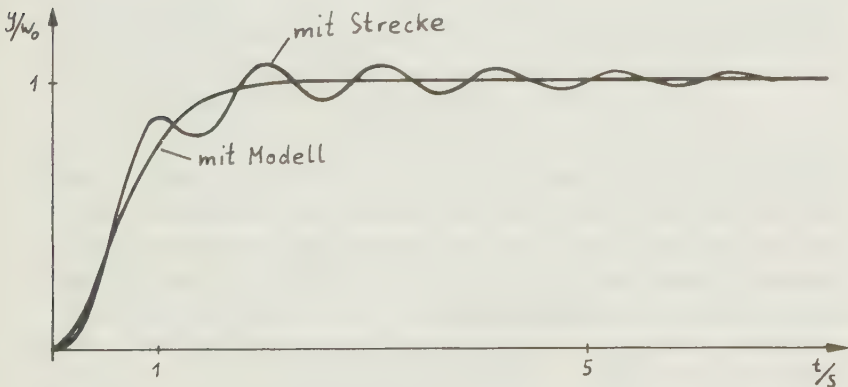


Bild 6.1: Führungsübergangsfunktionen mit $F_{S1}(s)$ und $F_{M1}(s)$ bei schnellem Sollverhalten

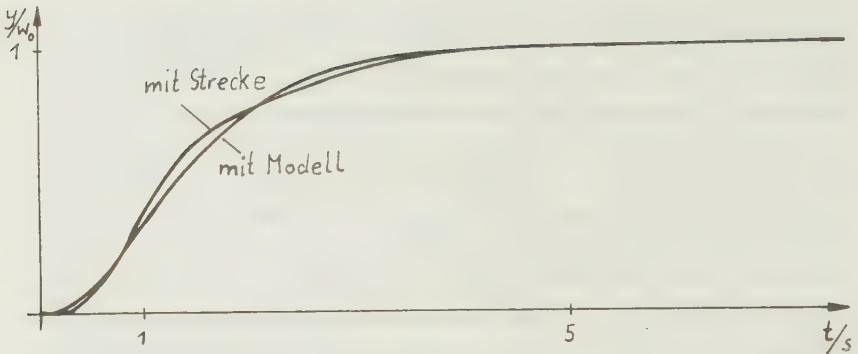


Bild 6.2: Führungsübergangsfunktionen mit $F_{S1}(s)$ und $F_{M1}(s)$ bei langsamem Sollverhalten

Hier zeigt sich ein Effekt, der bei einer Vielzahl von Beispielen auftrat [32,33] : Bei Modellen mit zu niedriger Ordnung kann grundsätzlich durch Verlangsamen des geforderten Übergangsverhaltens eine Annäherung an das vorgegebene Verhalten erzielt werden.

Wird ein Modell niedriger Ordnung verwendet, dessen Parameter aus der Sprungantwort gewonnen wurden, so ist mit Schwierigkeiten zu rechnen, wenn die Verzögerungen des geschlossenen Kreises wesentlich kleinere Zeitkonstanten erhalten sollen als die kleinste identifizierte Zeitkonstante (vgl. Bild 6.1 und 6.2). Bei Vernachlässigung kleiner Zeitkonstanten (z.B. bei Frequenzgangmessung) kann als Erfahrungswert gelten, daß die Summe der vernachlässigten Zeitkonstanten um den Faktor zwei bis drei kleiner sein sollte als die kleinste für den Regelkreis vorgegebene Zeitkonstante. Ein Beispiel dazu ist in Bild 6.3 gezeigt. Die Strecke mit der Übertragungsfunktion

$$F_{S2}(s) = \frac{1}{(s+1)(s+0,4+2i)(s+0,4-2i)}$$

wurde mit Zustandsregler (mit Integralanteil) geregelt (für den geschlossenen Kreis vorgegebene Pole bei $s = -3 \pm 1,5i$; $s = 4$ und Beobachterpole bei $s = -4,5$ und $s = -5$ zweifach). Durch Einfügen eines Verzögerungspoles in die Strecke wurde die Auswirkung der Vernachlässigung beim Entwurf simuliert.

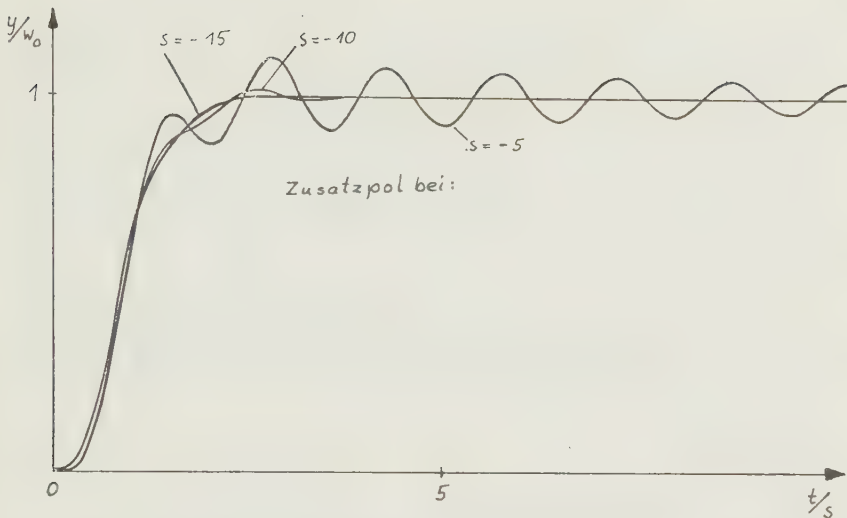


Bild 6.3: Führungsübergänge bei Vernachlässigung eines Verzögerungspols der Strecke im Modell

Man erkennt, daß die Abweichung vom Nominalverhalten bereits gering ist, wenn der Verzögerungspol bei $s = -10$ liegt und fast nicht mehr feststellbar ist, wenn die Verzögerungszeitkonstante um den Faktor drei kleiner als die kleinste für den Regelkreis vorgegebene Zeitkonstante ist.

Liegen in der Nähe von Polen der Strecke Nullstellen, so ergeben sich bei vielen Identifikationsverfahren Modelle mit niedrigerer Ordnung ohne Nullstelle. Dies ist leicht einzusehen, denn bei Überdeckung eines Poles durch eine Nullstelle kann dieser bei keiner Eingangserregung am Ausgang beobachtet werden. Liegt nun die Nullstelle in der Nähe eines Poles, so wird dieser nur sehr schwach beobachtbar (steuerbar) sein und deshalb oft gar nicht erkannt. Aus demselben Grund ist auch zu erklären, daß mit solchen Modellen gute Regelergebnisse erzielt werden (vgl. Bild 6.4), obwohl die Ordnung zu klein angesetzt wurde. Schwach beobachtbare (oder steuerbare) Pole lassen sich durch eine Regelung nur sehr schwer verschieben, so daß dieser nicht erkannte Streckenteil kaum einen Einfluß auf das Regelergebnis ausübt. Bei sehr schnellen Regelungen (hohe Verstärkung im Regler) ist allerdings mit Schwierigkeiten zu rechnen.

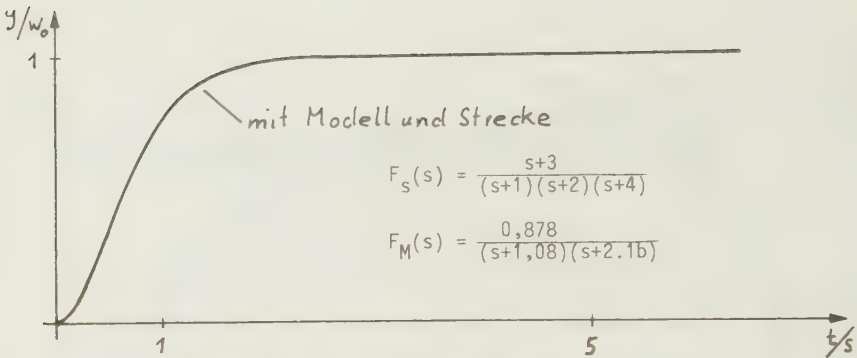


Bild 6.4: Führungsübergänge bei einer Strecke mit Nullstelle und einem Modell ohne Nullstelle. Pollage im geschlossenen Kreis wie im Beispiel von Bild 6.1.

Angepaßtes Modell

Wenn man die Streckenordnung exakt kennt oder zumindest die Zahl der dominierenden Pole ermittelt hat, können die gewonnenen Modelle noch stark von der tatsächlichen Strecke abweichen. Beispielsweise wurde die bereits betrachtete Strecke mit der Übertragungsfunktion $F_{S1}(s)$ aus der Übergangsfunktion mit

$$F_{M2}(s) = \frac{1}{(s+2)^3} \quad (\text{Modell mit gleichen Zeitkonstanten})$$

oder mit

$$F_{M3}(s) = \frac{0,89}{(s+1,06)(s+2,12)(s+3,18)} \quad (\text{Modell mit gestaffelten Zeitkonstanten})$$

modelliert. Dabei entspricht $F_{M3}(s)$ der Strecke offensichtlich besser als $F_{M2}(s)$, was sich auch im Regelergebnis zeigt (Bild 6.5).

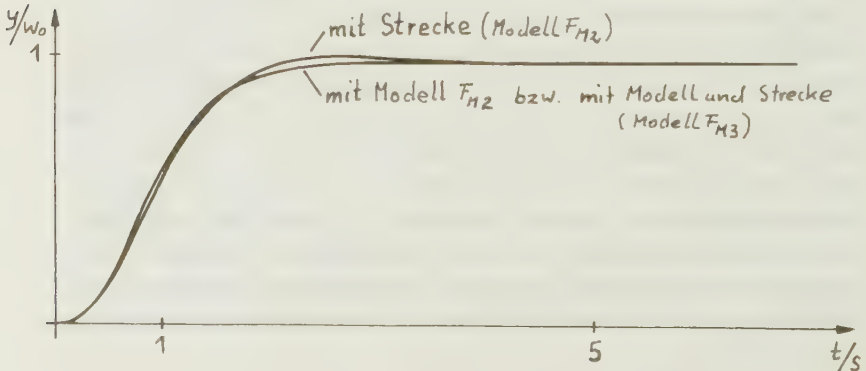


Bild 6.5: Führungsübergänge mit dem Modell F_{M2} bzw. F_{M3} und der Strecke F_{S1}

Vergleicht man Bild 6.1 und Bild 6.5, so stellt man fest, daß selbst das schlechte Modell F_{M2} höherer Ordnung ein wesentlich besseres Ergebnis liefert als das mit kleinerer Ordnung.

Das heißt also, daß man die Modelle einerseits durch die Art der Modellbildung und andererseits durch Verändern der Ordnung an die Strecke anpassen kann und dadurch bessere Regelergebnisse erzielt.

Bei Strecken mit konjugiert komplexen Eigenwerten hat sich außerdem herausgestellt, daß die Regelergebnisse günstig sind, wenn man für die Schwingfrequenz und die Abklingzeitkonstante eines Polpaares eher zu kleine als zu große Werte verwendet, was durch Bild 6.6 verdeutlicht wird.

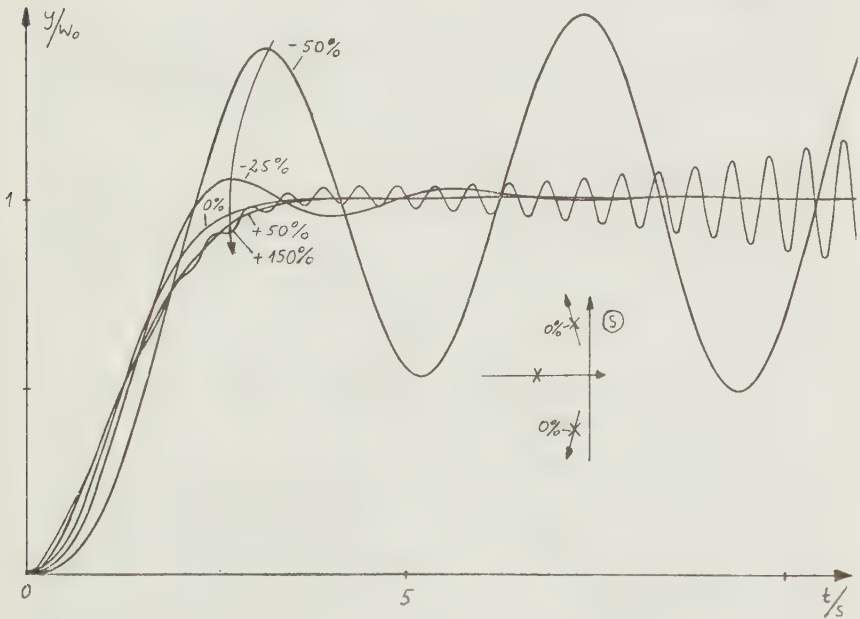


Bild 6.6: Führungsübergänge bei einer Strecke mit konjugiert komplexen Polen

Zusammenfassend ist festzustellen, daß die Anforderungen an die Genauigkeit der Modellbildung davon abhängen, wie schnell die Regelung mit Zustandsreglern werden soll. Je besser die Regelkreisdynamik werden soll, umso genauer muß die mathematische Beschreibung der Strecke sein.

Für langsame und relativ anspruchslose Regelungen kann man mit einfachen Modellen niedriger Ordnung Zustandsregler entwerfen und Regelungen mit vorgegebenem Übergangsverhalten erzielen. Mit zunehmender Anforderung an die Geschwindigkeit der Regelung muß die Modellbildung verbessert werden, was meist mit einer Erhöhung der Ordnung von Modell und Regler verbunden ist. Die Einhaltung der statischen Genauigkeit wird mit Hilfe eines Integralanteils erreicht.

Damit bietet sich die Möglichkeit, im gesamten Bereich der Anwendungen, in dem die klassischen P-, PI- und PID-Regler Verwendung finden, auch Zustandsregler mit vergleichbarem Aufwand einzusetzen. Darüber hinaus wird durch das Konzept der Zustandsregelung ohne Änderung von Reglerberechnung und Reglerstruktur eine schrittweise verbesserte oder von vornherein anspruchsvollere Regelung möglich.

Besonders im Hinblick auf den Einsatz von μ -Prozessoren als Regler dürfte sich ein einheitliches Reglerkonzept als vorteilhaft erweisen, mit dem durch einfache Erweiterung (Erhöhung der Ordnung) Regelungen verschiedenster Qualitätsanforderungen konzipiert werden können.

6.2 Vorschlag zum systematischen Einfahren eines Regelkreises mit Zustandsregler

Beim Einfahren von Regelkreisen mit klassischen Reglern geht man von einer ersten groben Reglereinstellung aus (durch Einstellregeln oder aus Kenntnissen über die Strecke ermittelt), und variiert dann die Verstärkung, Nachstellzeit und Vorhaltzeit des Reglers gezielt, bis das Regelkreisverhalten befriedigt.

Diese Vorgehensweise ist beim Regelkreisen mit Zustandsreglern nur bedingt möglich. Zumindest bei Reglern höherer Ordnung wird die Zahl der zu variierenden Parameter viel zu groß, als daß eine gezielte Anpassung durch Parametervariation von Hand möglich wäre. Deshalb wird hier ein Vorschlag gemacht, wie man Regelkreise mit Zustandsreglern einfahren kann. Die Maßnahmen werden in einzelnen Schritten dargestellt, so daß

eine Art Ablaufprogramm mit Schleifen entsteht.

Schritt 1:

Zur Gewinnung einer ersten Reglereinstellung muß ein Modell der Strecke ermittelt werden. Zur Reglerberechnung wird das Eingangs- Ausgangs- Verhalten der Strecke in Form von Übertragungsfunktionen benötigt.

Schritt 2:

Aus den Anforderungen an die Dynamik des Regelkreises werden die Pole des geschlossenen Regelkreises vorgegeben. Dies geschieht am besten in Form eines Polynoms, in dem ein Geschwindigkeitsparameter enthalten ist, so daß bei Veränderung dieses Parameters die Form des Übergangsverhaltens erhalten bleibt (bei Strecken ohne Nullstellen), die Geschwindigkeit aber beeinflußt werden kann. Man kann dazu die Standardpolynome von GRAHAM und LATHROP [25] oder nach dem "Symmetrischen Optimum" [29] heranziehen (vgl. Tabelle 6.1).

$s^2 + 1,4\alpha s + \alpha^2$ $s^3 + 1,75\alpha s^2 + 2,15\alpha^2 s + \alpha^3$ $s^4 + 2,1\alpha s^3 + 3,4\alpha^2 s^2 + 2,7\alpha^3 s + \alpha^4$ $s^5 + 2,8\alpha s^4 + 5\alpha^2 s^3 + 5,5\alpha^3 s^2 + 3,4\alpha^4 s + \alpha^5$	$s^2 + 1,41\alpha s + \alpha^2$ $s^3 + 2\alpha s^2 + 2\alpha^2 s + \alpha^3$ $s^4 + 2,82\alpha s^3 + 4\alpha^2 s^2 + 2,82\alpha^3 s + \alpha^4$ $s^5 + 4\alpha s^4 + 8\alpha^2 s^3 + 8\alpha^3 s^2 + 4\alpha^4 s + \alpha^5$
a)	b)

Tabelle 6.1: Standardpolynome bis fünfter Ordnung

- a) ITAE-Polynome von GRAHAM und LATHROP
- b) Standardpolynome nach dem "Symmetrischen Optimum"

In gleicher Weise ist es aber auch möglich, jede beliebige Polverteilung mit einem Geschwindigkeitsfaktor zu versehen.

Der Geschwindigkeitsfaktor wird zunächst so gewählt, daß ein relativ langsames Übergangsverhalten entsteht. Dadurch wird sichergestellt, daß beim ersten Fahren der Anlage keine Instabilität auftritt. In entsprechender Weise gibt man die Beobachterpole vor.

Wenn Stellgliedbegrenzungen eine Rolle spielen, kann man hier das in Abschnitt 4.4 angegebene Kriterium zur Berücksichtigung der Stellbegrenzung anwenden.

Schritt 3:

Im dritten Schritt wird dann der Regler aus dem linearen Gleichungssystem berechnet, das aus den Vorgaben aufgestellt werden kann. Dabei wird berücksichtigt, ob ein Störbeobachter (z.B. Integralanteil) einbezogen werden soll. Die Berechnung kann bei niedriger Streckenordnung mit einem Taschenrechner erfolgen.

Schritt 4:

Der Regler wird mit den errechneten Werten eingestellt und die Anlage gefahren. Hier verzweigt sich das weitere Vorgehen in Abhängigkeit vom Ergebnis des Fahrversuches.

Schritt 5:

Nach dem ersten Fahren der Anlage muß nun entschieden werden, wie weiter vorgegangen werden soll. Entspricht die Form des Übergangsverhaltens den Anforderungen, so kann man die Einstellung als geeignet betrachten oder versuchen, die Schnelligkeit durch Erhöhung des Geschwindigkeitsparameters zu erhöhen und bei Schritt 3 wieder beginnen.

Weicht die Form des Übergangsverhaltens stark vom gewünschten Verhalten ab, so muß man entscheiden, ob ein langsames Übergangsverhalten ausreicht, oder ob man die Modellbildung verbessern muß, um das gewünschte Regelkreisverhalten zu erzielen. Dies ist oft mit einer Erhöhung von Modell- und Reglerordnung verbunden.

In Bild 6.7 ist ein Flußdiagramm für das Einfahren eines Regelkreises mit Zustandsregler angegeben.

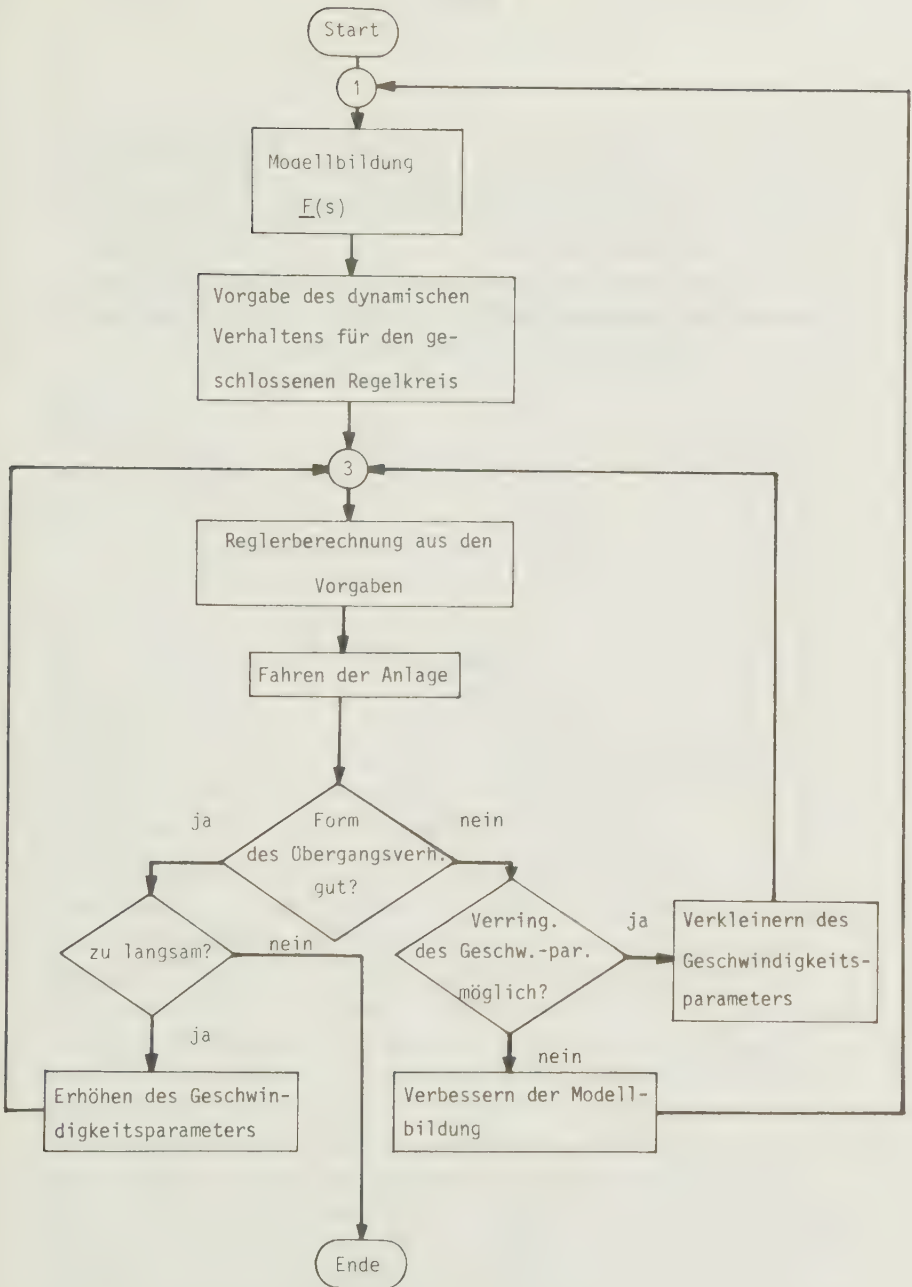


Bild 6.7: Flußdiagramm zum Einfahren eines Regelkreises mit Zustandsregler

Beim Einsatz von Zustandsreglern in Regelkreisen, bei denen die Streckenparameter nicht genau bekannt sind, muß man anders vorgehen als bei der Verwendung von klassischen P-, PI- und PID-Reglern. Die Ausführungen dieses Abschnittes sollten aber zeigen, daß es durchaus möglich ist, auch für Zustandsregelkreise Einführvorschriften anzugeben, mit denen eine systematische Anpassung von Zustandsreglern an ungenau bekannte Strecken und an ein gewünschtes Regelkreisverhalten möglich ist.

7 ZUSAMMENFASSUNG

Zum Abschluß sollen die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit noch einmal zusammengestellt werden.

In den Abschnitten zwei und drei wurde ein Frequenzbereichsentwurfsverfahren für Zustandsregelungen mit Störgrößenkompensation bei Mehrgrößensystemen angegeben. Das Verfahren schließt die Eingrößenregelung als Sonderfall ein. Bei der Ableitung wurde darauf Wert gelegt, daß ein Regelungssystem entsteht, in dem auch beim Auftrennen der Zustandsrückführung die Beobachtereigenschaft erhalten bleibt. Insbesondere bei Stellgrößenbegrenzungen im Zusammenwirken mit Störbeobachtern ist diese Maßnahme äußerst vorteilhaft. Die Arbeiten [34,35,36,10], die ebenfalls Frequenzbereichsentwürfe für Zustandsregelungen (ohne Störbeobachter) enthalten, lassen diesen Gesichtspunkt außer Acht.

Für die Bildung der einzelnen Stellgrößen wird im Gegensatz zu bekannten Verfahren jeweils ein separater "Beobachter für ein lineares Funktional" eingesetzt. Damit können Einheitsregelsysteme entwickelt werden, die sowohl in Eingrößen- als auch in Mehrgrößensystemen verwendbar sind. Da das Entwurfsverfahren für die Reglerberechnung in Abtastregelungen ebenfalls geeignet ist, bietet sich die Möglichkeit, derartige Reglersysteme mit μ -Prozessorbausteinen zu entwickeln.

Das in der Einleitung bereits erwähnte Problem der begrenzten Stellmöglichkeiten wurde im vierten Abschnitt behandelt. Durch Stellbegrenzungen können bei falscher Beobachteransteuerung erhebliche Abweichungen vom gewünschten Regelkreisverhalten entstehen. Es wurde gezeigt, wie man dies mit einfachen schaltungstechnischen Maßnahmen verhindern kann. Weiterhin wurde festgestellt, daß Zustandsregelkreise zu nichtlinearen Schwingungen neigen, wenn man trotz Stellgrößenbeschränkung zu schnelles Regelkreisverhalten fordert. Es kann sogar zu bedingt stabilen Systemen kommen, die bei genügend großer Anregung nichtlineare Dauerschwingungen ausführen. Anhand von experimentellen Untersuchungen gelang es, ein Kriterium für Eingrößenregelungen anzugeben, mit dem vor der Reglerberechnung untersucht werden kann, ob eine derartige Schwingneigung entsteht. Dieses Kriterium eignet sich als Hilfsmittel zur Regelkreissynthese bei Stellgrößenbegrenzungen.

Die Erkenntnisse aus den Untersuchungen von Abschnitt 4 wurden dann verwendet, um Zustandsregler in Ablöse- und Kaskadenregelungen einzusetzen. Damit man bei der Kaskadenregelung in manchen Fällen auftretende Fehler vermeiden kann, wurde eine neue Kaskadenstruktur (Kaskadenstruktur II) und die entsprechende Reglerberechnung angegeben. Auch hier ist der Einsatz von Einheitsregelsystemen möglich, da für jede Rückführung ein eigener "Beobachter für ein lineares Funktional" verwendet wird. Damit steigert man außerdem die Funktionssicherheit einer solchen Regeleinrichtung. Durch den Einsatz von Zustandsreglern in Ablöse- und Kaskadenregelungen bietet sich die Möglichkeit, derartige Regelungen in ihrer Dynamik und Regelgüte gegenüber konventionellen Regelungen wesentlich zu verbessern.

Im sechsten Abschnitt sind die Ergebnisse von Analogrechnersimulationen dargestellt, in denen der Einfluß ungenauer Modellbildung auf das Regelergebnis mit Zustandsreglern bei Eingrößensystemen untersucht wurde. Sie zeigen, daß es auch bei Verwendung von Zustandsreglern möglich ist, mit einfachen Modellvorstellungen Regelungen zu entwerfen. Je höher allerdings die Anforderungen an die Güte und Dynamik der Regelung werden, um so genauer muß auch die Modellbildung sein.

Mit Hilfe der angegebenen Methode zum Einfahren eines Regelkreises mit Zustandsreglern kann man die Anpassung der Zustandsregler an die jeweilige Strecke durchführen.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1 LUENBERGER, D.G.: "Observing the State of a Linear System".
IEEE Trans. Military Electronics, Vol. MIL-8 (1964) S. 74 - 80.
- 2 LUENBERGER, D.G.: "An Introduction to Observers".
IEEE Trans. Aut. Control, Vol. AC-16 (1971) S. 596 - 602.
- 3 LUENBERGER, D.G.: "Observers for Multivariable Systems".
IEEE Trans. Aut. Control, Vol. AC-11 (1966) S. 190 - 197.
- 4 WOLOVICH, W.A.: "The Determination of State-Space Representations for Linear Multivariable Systems".
Preprints of 2nd IFAC Symposium on Multivariable Technical Control Systems, Düsseldorf (1971) Paper 1.2.3.
- 5 POPOV, V.M.: "Lecture notes in Mathematics, 144, Seminar on Differential Equations and Dynamical Systems II",
Springer-Verlag 1969, S. 169-180.
- 6 WOLOVICH, W.A.: "Linear Multivariable Systems".
Applied Mathematical Sciences 11, Springer-Verlag 1974.
- 7 WOLOVICH, W.A.: "Frequency Domain State Feedback and Estimation".
Int. J. Control, Vol. 17 (1973) S. 417 - 428.
- 8 WURMTHALER, CH.: "Ein Entwurfsverfahren für lineare Mehrgrößenregelungen".
Regelungstechnik 24 (1976) S. 391 - 392.
- 9 CHEN, C.-T.: "Design of Compensators for a Class of Multivariable Linear Optimum Regulators".
Preprints of 2nd IFAC Symposium on Multivariable Technical Control Systems, Düsseldorf (1971) Paper 1.3.1.
- 10 HIPPE, P.; WURMTHALER, CH.: "Der Entwurf von Zustandsreglern im Frequenzbereich".
Regelungstechnik 24 (1976) S. 47 - 52.
- 11 GRÖBEL, G.: "Beobachter zur Reglersynthese".
Habilitationsschrift Ruhr-Universität Bochum 1977.
- 12 MACDUFFEE, C.C.: "The Theory of Matrices", Chelsea, 1956.

- 13 PENROSE, R.: "On best Approximate Solutions of Linear Matrix Equations". Proc. Camb. phil. Soc. 52 (1956) S. 17 - 19.
- 14 WOLOVICH, W.A.: "On the Synthesis of Multivariable Systems". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-18 (1973) S. 46 - 50.
- 15 ACKERMANN, J.: "Abtastregelung". Springer-Verlag 1972.
- 16 JOHNSON, C.D.: "Optimal Control of the Linear Regulator with Constant Disturbances". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-13 (1968) S. 416 - 421.
- 17 JOHNSON, C.D.: "Further Study of the Linear Regulator with Disturbances - The Case of Disturbances Satisfying a Linear Differential Equation". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-15 (1970) S. 222 - 228.
- 18 JOHNSON, C.D.: "Accommodation of External Disturbances in Linear Regulator and Servomechanism Problems". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-16 (1971) S. 635 - 644.
- 19 JOHNSON, C.D.: "Accommodation of Disturbances in Optimal Control Problems". Int. J. Control, Vol. 15 (1972) S. 209 - 231.
- 20 DAVISON, E.J.: "The Feedforward Control of Linear Multivariable Time-Invariant Systems". Automatica, Vol.9 (1973) S. 561 - 573.
- 21 DAVISON, E.J.: "The Output Control of Linear Time-Invariant Multivariable Systems with unmeasurable Arbitrary Disturbances". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-17 (1972) S. 621-629.
- 22 DAVISON, E.J.: "A Generalization of the Output Control of Linear Multivariable Systems with Unmeasurable Arbitrary Disturbances". IEEE Trans. Autom. Control, Vol. AC-20 (1975) S. 788 - 791.
- 23 MÖLLER, P.C.; LÜCKEL, J.: "Zur Theorie der Störgrößenaufschaltung in linearen Mehrgrößenregelsystemen". Regelungstechnik 25 (1977) S. 54 - 59.
- 24 WURMTHALER, CH.: "Einsatz von Zustandsreglern bei begrenzter Stellgröße und in Ablöseregelungen". Regelungstechnik 25 (1977) S. 91 - 92.

- 25 GRAHAM, D.; LATHROP, R.C.: "The Synthesis of "Optimum" Transient Response: Criteria and Standard Forms".
Trans. AIEE, Pt. II., AI 1953 S. 273 - 288.
- 26 OPPELT, W.: "Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge".
Verlag Chemie, 1972 (5. Auflage).
- 27 SCHLITT, H.: "Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen". Theorie geregelter Systeme.
Vieweg-Verlag 1968.
- 28 FÜLLINGER, O.: "Nichtlineare Regelungen I. Grundlagen der Harmonischen Balance".
Oldenbourg-Verlag 1978.
- 29 FRÖHR, F; ORTTENBURGER, F.: "Einführung in die elektronische Regelungstechnik". Siemens Aktiengesellschaft 1970.
- 30 PESTEL, E; KOLLMANN, E.: "Grundlagen der Regelungstechnik".
Theorie geregelter Systeme. Vieweg-Verlag 1968.
- 31 GLATTFELDER, A.H.: "Regelungssysteme mit Begrenzungen".
Methoden der Regelungstechnik. Oldenbourg-Verlag 1974.
- 32 BECK, R.: "Zustandsregler an ungenau identifizierter Strecke".
Studienarbeit am Institut für Regelungstechnik der Universität Erlangen-Nürnberg 1977.
- 33 KIRCHNER, A.: "Zustandsregler an Regelstrecken, deren Kenndaten mit verschiedenen Identifikationsverfahren ermittelt wurden".
Diplomarbeit am Institut für Regelungstechnik der Universität Erlangen-Nürnberg 1978.
- 34 PEARSON, J.B.: "Compensator Design for Dynamic Optimization".
Int. J. Control, Vol. 9 (1969) S. 473 - 482.
- 35 TAESCHNER, M.: "Strukturanalyse und algebraischer Entwurf linearer Einfachregelkreise".
Dissertation, Berlin 1968.
- 36 WEBER, W.: "Ein systematisches Verfahren zum Entwurf linearer und adaptiver Regelungssysteme".
ETZA, Bd 88 (1967) S. 138 - 144.
- 37 ANDERSON, B.D.O.; MOORE, J.B.: "Linear Optimal Control".
Prentice-Hall 1971.

Lebenslauf

Persönliches:

Christoph Wurmthaler, geboren am 10.06.1946 in Schottenstein/Bayern

Eltern: Georg Wurmthaler, Pfarrer
Elisabeth Wurmthaler, geb. Leonhard

Seit 1970 verheiratet mit Helga Wurmthaler, geb. Herrmann,
3 Kinder

Schulbildung:

1952-1957 Volksschule in Schottenstein
1957-1966 Gymnasium Casimirianum in Coburg
1966 Reifeprüfung

Dienstzeit bei der Bundeswehr:

1966-1968 Dienst bei einer Instandsetzungseinheit
(Leutnant d. Reserve)

Studium: 1968-1973 Studium der Elektrotechnik an der
Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg
1972 Studienarbeit, Gebiet Elektronik
1973 Diplomarbeit am Institut für Regelungs-
technik (Prof. Dr. H. Schlitt)

Praktische Tätigkeit:

Industriepraktikum während des Studiums bei den Firmen:
Siemens (Medizinische Technik), Erlangen;
Frieeseke und Höpfner, Erlangen

Wissenschaftliche Tätigkeit:

Seit 1.1.1974 Verwalter d.D.e. wiss. Assistenten sowie
wiss. Assistent am Institut für Regelungstechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg (Prof. Dr. H. Schlitt).

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197